

# Capitolo 2

---

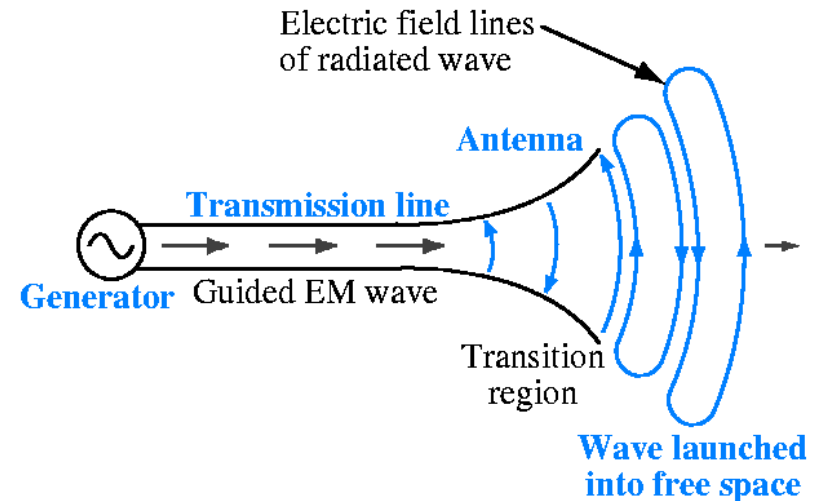
## *Parametri caratteristici delle antenne*

Impatto ambientale dei campi elettromagnetici

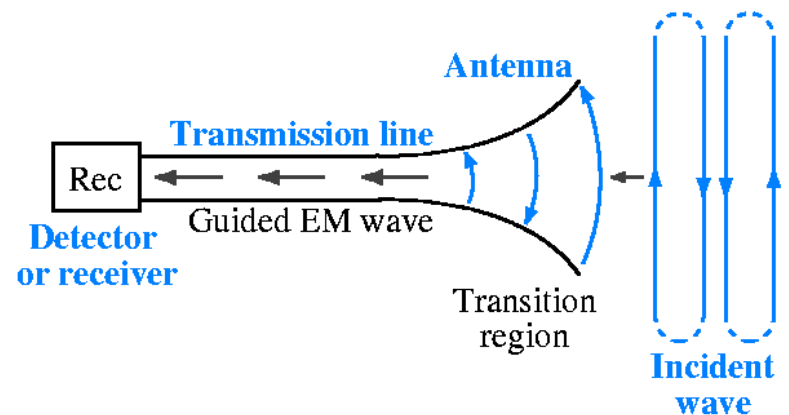
# Cos'è un'antenna

## Definizione

- E' il dispositivo attraverso il quale si irradiano e si captano le onde elettromagnetiche
- Consente la transizione da un'onda che si propaga in una struttura guidante (linea di trasmissione) a un'onda che si propaga in spazio libero e viceversa

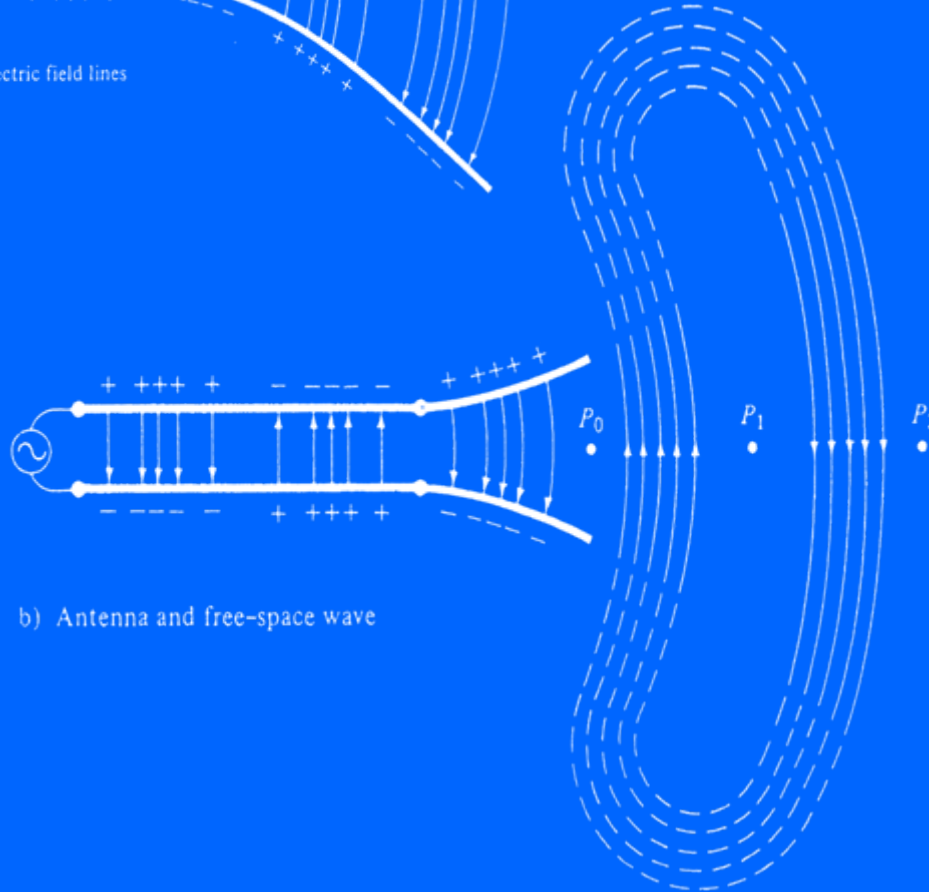
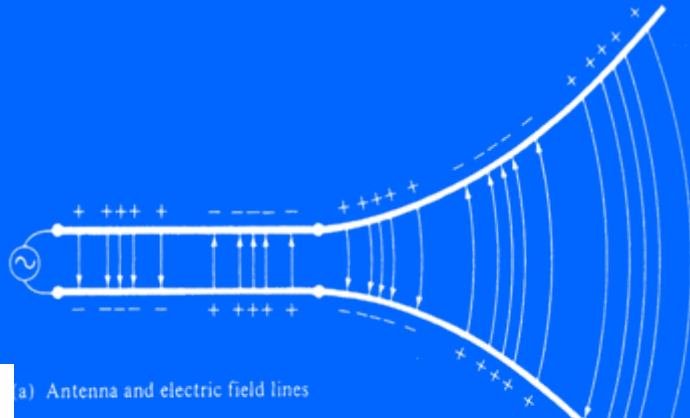
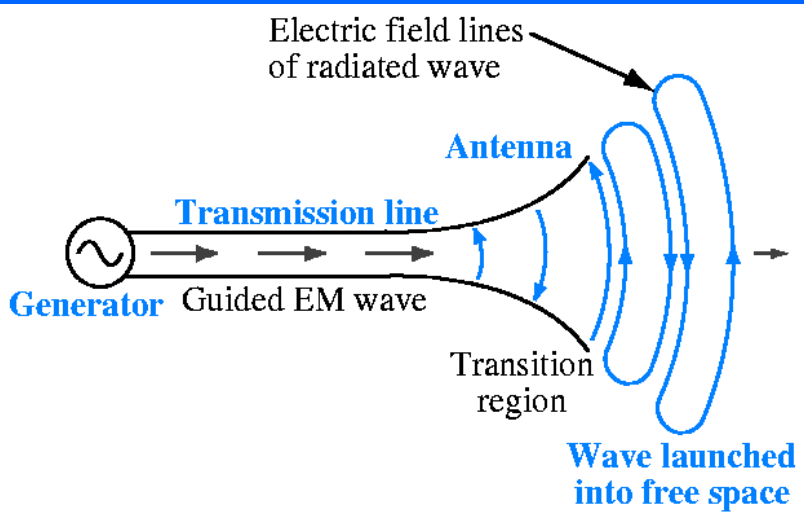


(a) Transmission mode

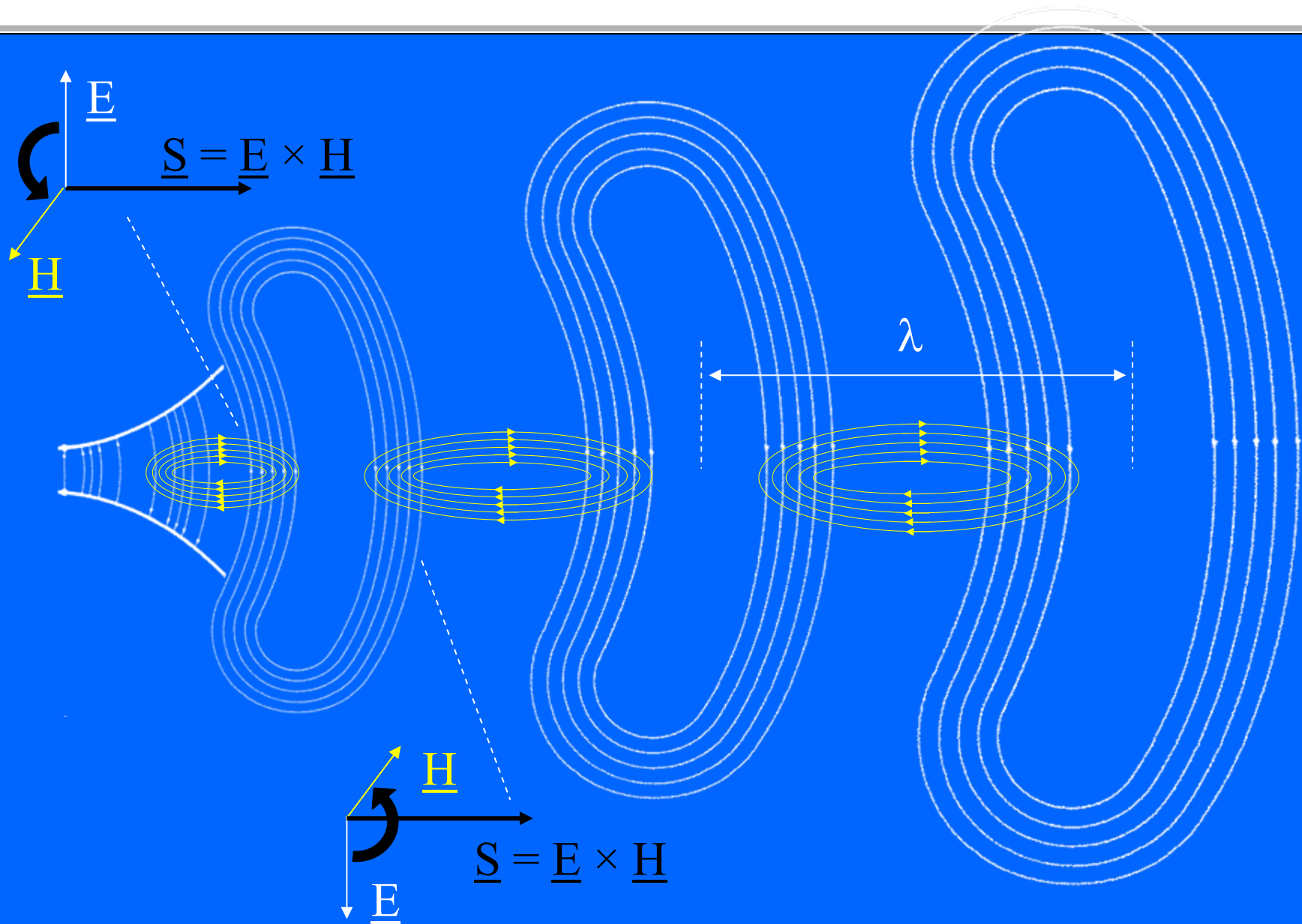


(b) Reception mode

# Meccanismo d'irradiazione



# Propagazione dell'onda



# Tipici utilizzi di un'antenna

---

- Come elemento ricevente e/o trasmittente in un collegamento radio (antenne degli impianti di radio e tele-diffusione, antenne riceventi televisive, antenne per stazioni radio base di telefonia cellulare, antenne dei telefoni cellulari, antenne satellitari)
- Come elemento ricevente e/o trasmittente in applicazioni di telerilevamento
- Come elemento captante per la misura dei livelli di campo elettromagnetico ambientale (sistemi di misura del campo a banda larga e a banda stretta)

# Classificazione delle antenne

Ci sono diverse possibilità.....

- **Forma:**

- a filo (dipolo...);
- ad apertura (trombe...);
- stampate (microstriscia...);

- **Guadagno:**

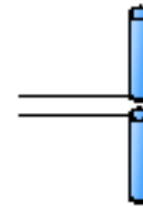
- alto (paraboloidi...);
- medio (a tromba...);
- basso (dipolo, microstriscia...);

- **Forma del fascio:**

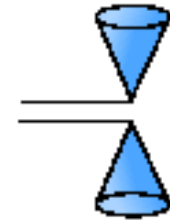
- omnidirezionali (dipolo...);
- a pennello (paraboloidi...);
- a ventaglio (schiere...);

- **Larghezza di banda:**

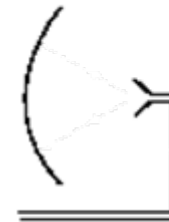
- banda larga (spirale, eliche...);
- banda stretta (microstrisce, slot...)



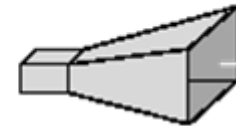
(a) Thin dipole



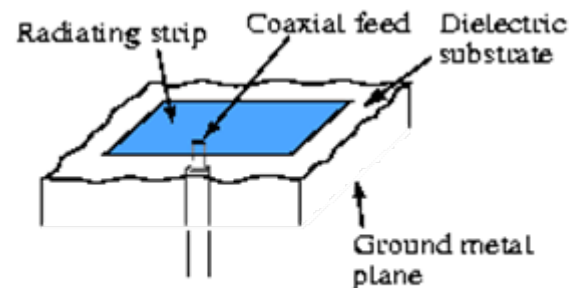
(b) Biconical dipole



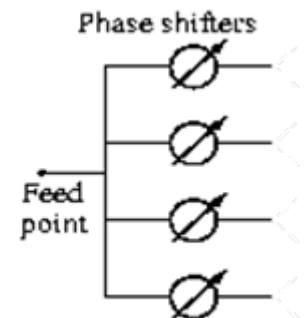
(f) Parabolic dish reflector



(g) Horn



(h) Microstrip



(i) Antenna array

# Calcolo del campo em generato da un'antenna

Si ottiene risolvendo *l'equazione di Helmholtz non omogenea* nel potenziale vettore  $\underline{A}$

$$\nabla^2 \underline{A} + k^2 \underline{A} = -\underline{J}_i$$

dove  $\underline{J}_i$  rappresenta la sorgente (correnti sull'antenna).

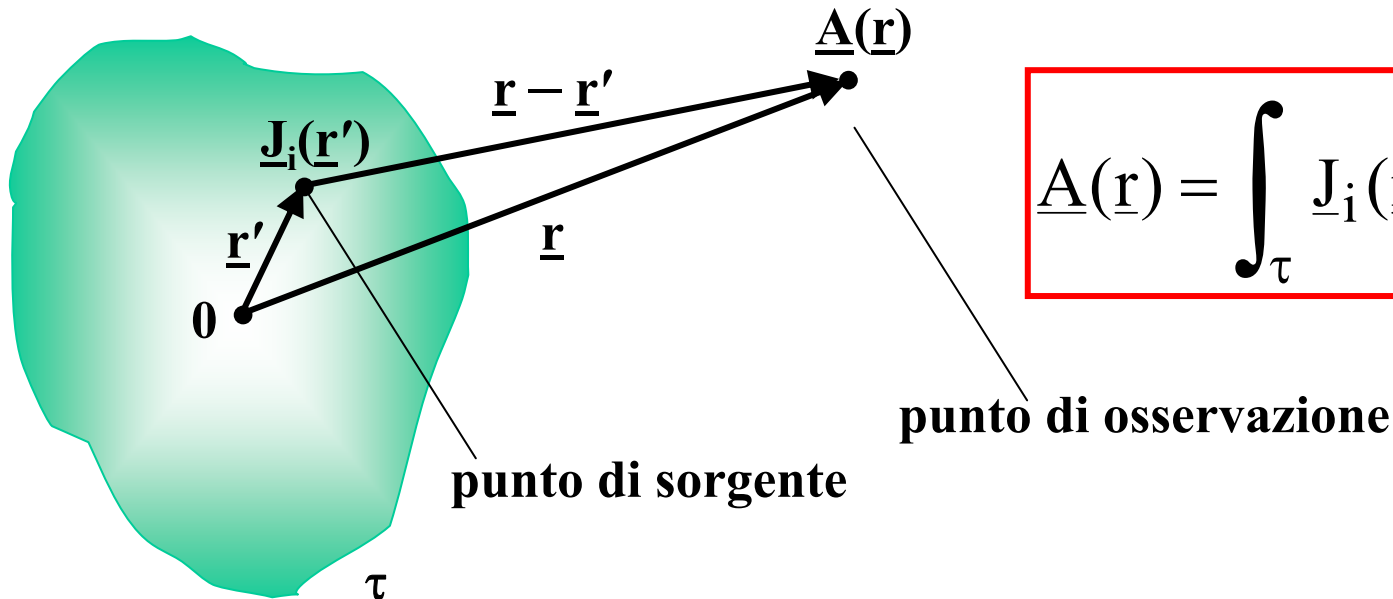
Ricavato  $\underline{A}$ , si ha per  $\underline{E}$  e  $\underline{H}$

$$\underline{E} = -j \omega \mu \underline{A} + \frac{\nabla \nabla \cdot \underline{A}}{j \omega \epsilon_c} = -j \omega \mu \left( \underline{A} + \frac{\nabla \nabla \cdot \underline{A}}{k^2} \right)$$

$$\underline{H} = \nabla \times \underline{A}$$

# Soluzione con funzione di Green

Considerando una generica antenna, che sia schematizzabile per mezzo di una distribuzione di correnti elettriche impresse  $\underline{J}_i(\underline{r}')$  che occupano un volume finito  $\tau$ , il potenziale vettore magnetico da essa generato nello spazio libero si ricava utilizzando la **funzione di Green**



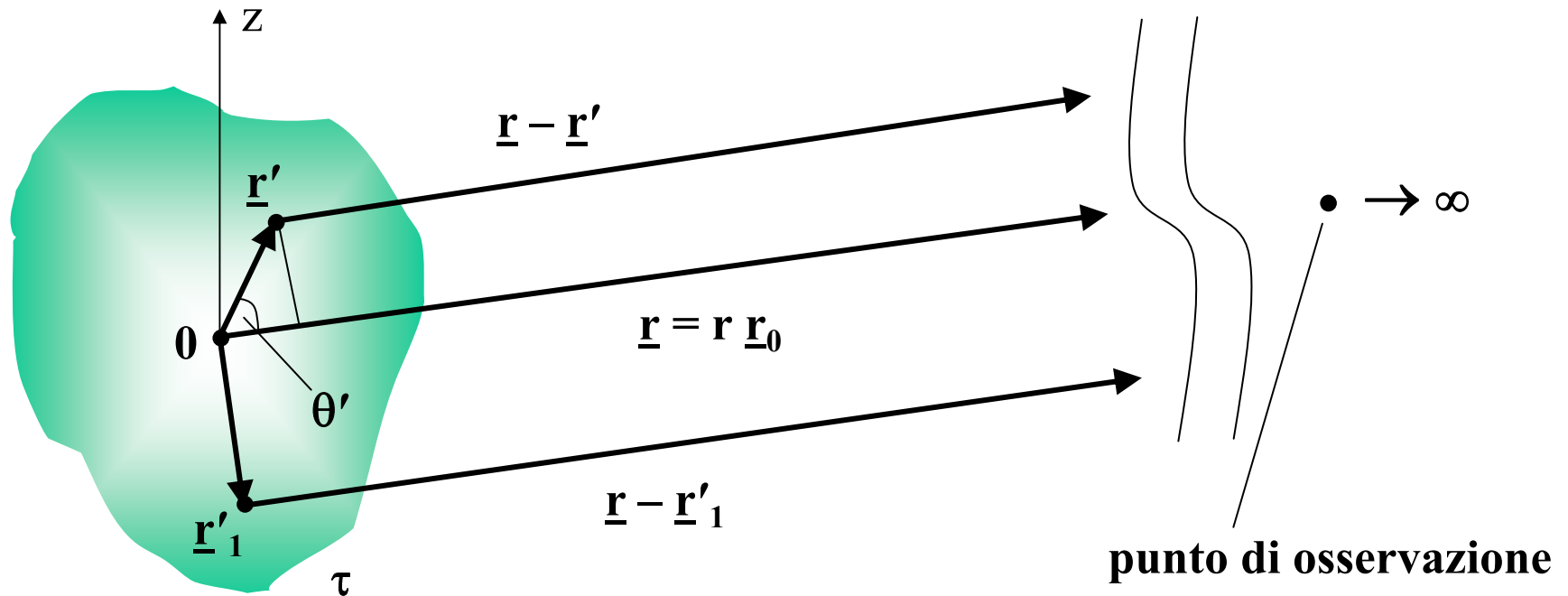
$$\underline{A}(\underline{r}) = \int_{\tau} \underline{J}_i(\underline{r}') \frac{e^{-jk|\underline{r}-\underline{r}'|}}{4\pi|\underline{r}-\underline{r}'|} d\tau'$$

Anche per  $\underline{J}_i(\underline{r}')$  semplici, la valutazione dell'integrale è resa complicata dalla presenza del termine  $|\underline{r} - \underline{r}'|$  nel modulo e nella fase della funzione di Green



# Approssimazioni sulla fase della f.d.G.

Se il punto di osservazione  $\underline{r} = (r, \theta, \varphi)$  è "sufficientemente" lontano dall'antenna (ovvero dal volume  $\tau$ ) i vettori  $(\underline{r} - \underline{r}')$ , relativi a tutti i possibili punti di sorgente  $\underline{r}'$ , si possono considerare paralleli tra loro



$$R = |\underline{r} - \underline{r}'| \Rightarrow R \cong r - r' \cos \theta' = r - \underline{r}' \cdot \underline{r}_0$$

# Approssimazioni sulla fase della f.d.G. : Fraunhofer e Fresnel

- Per capire quando la precedente approssimazione è valida sviluppiamo il termine  $|\underline{r} - \underline{r}'|$

$$R = |\underline{r} - \underline{r}'| = \sqrt{(\underline{r} - \underline{r}') \cdot (\underline{r} - \underline{r}')} = \sqrt{r^2 - 2 \underline{r} \cdot \underline{r}' + r'^2} = r \sqrt{1 - 2 \frac{r' \cos \theta'}{r} + \left(\frac{r'}{r}\right)^2}$$

- Sviluppando la radice quadrata con la serie di Taylor nell'intorno di  $r' = 0$  (arrestata al secondo ordine) ed eliminando i termini di ordine superiore al secondo (**hp:  $r \gg r'$** )

$$\sqrt{1+x} \underset{x \rightarrow 0}{\cong} 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} \Rightarrow R \cong (r - r' \cos \theta') + \frac{r'^2}{2r} (1 - \cos^2 \theta')$$

- R risulta dato dalla somma di due contributi (del primo e secondo ordine)
  - il primo (equivalente a quello ricavato in precedenza con l'approssimazione geometrica) è il contributo di **Fraunhofer**: esso predomina a "grande" distanza
  - il secondo è il contributo di **Fresnel**: esso corregge il termine di Fraunhofer per distanze piccole (ma non troppo!!!)

# Validità dell'approssimazione di Fraunhofer

- Sostituendo la precedente espressione per R nella fase della funzione di Green

$$G = \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} \cong \frac{e^{-jk[(r-r_0) + (1-\cos^2\theta')r^2/(2r)]}}{4\pi R}$$

- Il termine di Fresnel introduce una correzione di fase  $\Delta\varphi$ . Detto D il diametro dell'antenna (massima distanza fra due punti appartenenti all'antenna)

$$\Delta\varphi = k \frac{r^2}{2r} (1 - \cos^2\theta') \Rightarrow |\Delta\varphi| \leq k \frac{r^2}{2r} \leq k \frac{(D/2)^2}{2r} = k \frac{D^2}{8r}$$

- Generalmente si ritiene valida l'approssimazione di Fraunhofer quando la correzione di fase di Fresnel è inferiore a  $\pi/8$

$$|\Delta\varphi| \leq \frac{\pi}{8} \Rightarrow \frac{2\pi D^2}{\lambda 8r} \leq \frac{\pi}{8} \Rightarrow r \geq \frac{2D^2}{\lambda}$$

- La distanza a partire dalla quale si può usare l'approssimazione di Fraunhofer è dunque

$$r_F = \frac{2D^2}{\lambda}$$

# Approssimazioni sul modulo della f.d.G.

Il termine  $R = |\underline{r} - \underline{r}'|$  compare anche nel modulo della funzione di Green

- Nel caso del modulo è in genere sufficiente un'approssimazione di ordine 0 (ovvero  $R \cong r$ )
- Per vedere da che distanza ciò è valido sviluppiamo il modulo in serie di Taylor nell'intorno di  $r' = 0$  (arrestata al primo ordine)

$$|G| = \frac{1}{4 \pi R} \cong \frac{1}{4 \pi r - r' \cos \theta'} = \frac{1}{4 \pi r} \frac{1}{1 - \frac{r'}{r} \cos \theta'}$$

$$\frac{1}{1-x} \underset{x \rightarrow 0}{\cong} 1+x \Rightarrow |G| \cong \frac{1}{4 \pi r} \left( 1 + \frac{r'}{r} \cos \theta' \right)$$

Se  $r \gg D$  ( $\Rightarrow r \gg r'$  - condizione richiesta anche per l'approssimazione di Fresnel) è possibile utilizzare l'approssimazione di ordine zero per il modulo della funzione di Green

# Espressione del campo elettromagnetico nella regione di Fraunhofer (1/3)

- Sostituendo nell'espressione del potenziale vettore magnetico le precedenti approssimazioni su R nella regione di Fraunhofer

$$\underline{A}(\underline{r}) = \int_{\tau} \underline{J}_i(\underline{r}') \frac{e^{-jk|\underline{r}-\underline{r}'|}}{4\pi|\underline{r}-\underline{r}'|} d\tau' \cong \int_{\tau} \underline{J}_i(\underline{r}') \frac{e^{-jk(r-\underline{r}'\cdot\underline{r}_0)}}{4\pi r} d\tau' = \frac{e^{-jk r}}{4\pi r} \int_{\tau} \underline{J}_i(\underline{r}') e^{jk\underline{r}'\cdot\underline{r}_0} d\tau'$$

- Chiamando  $\underline{N}(\theta, \varphi)$  il risultato dell'integrale (indipendente da r)

$$\underline{N}(\theta, \varphi) = N_r(\theta, \varphi) \underline{r}_0 + N_\theta(\theta, \varphi) \underline{\theta}_0 + N_\varphi(\theta, \varphi) \underline{\varphi}_0 = \int_{\tau} \underline{J}_i(\underline{r}') e^{jk\underline{r}'\cdot\underline{r}_0} d\tau'$$

- Utilizzando le espressioni per E e H, e trascurando i termini in 1/r di ordine superiore al primo

$$\underline{E}(r, \theta, \varphi) = -j\omega\mu \left[ \underline{A}(\underline{r}) + \frac{\nabla\nabla \cdot \underline{A}(\underline{r})}{k^2} \right] \cong -jk\zeta \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \left[ N_\theta(\theta, \varphi) \underline{\theta}_0 + N_\varphi(\theta, \varphi) \underline{\varphi}_0 \right]$$

$$\underline{H}(r, \theta, \varphi) = \nabla \times \underline{A}(\underline{r}) \cong -jk \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \left[ -N_\varphi(\theta, \varphi) \underline{\theta}_0 + N_\theta(\theta, \varphi) \underline{\varphi}_0 \right]$$

# Espressione del campo elettromagnetico nella regione di Fraunhofer (2/3)

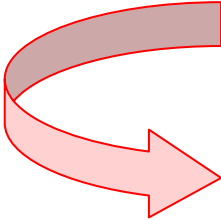
- Sia il campo elettrico che il campo magnetico decrescono in maniera inversamente proporzionale alla distanza
- Entrambi i campi presentano un fattore di propagazione del tipo  $e^{-jkr}$
- Entrambi i campi sono polarizzati su un piano ortogonale alla direzione radiale (non hanno componenti radiali)
- I due campi sono legati dalla relazione

$$\underline{H}(\underline{r}) = \frac{1}{\zeta} \underline{r}_0 \times \underline{E}(\underline{r})$$

In conclusione il campo elettromagnetico nella regione di Fraunhofer di una generica antenna ha le caratteristiche di **un'onda sferica** non uniforme [per via del fattore  $\underline{N}(\theta, \varphi)$ ] che si **propaga radialmente** rispetto ad un determinato punto che viene detto **centro di fase** dell'antenna

# Espressione del campo elettromagnetico nella regione di Fraunhofer (3/3)

- Considerando il vettore di Poynting


$$\underline{S}(\underline{r}) = \frac{1}{2} \underline{E}(\underline{r}) \times \underline{H}^*(\underline{r}) = \frac{1}{2\zeta} |\underline{E}(\underline{r})|^2 \underline{r}_0$$

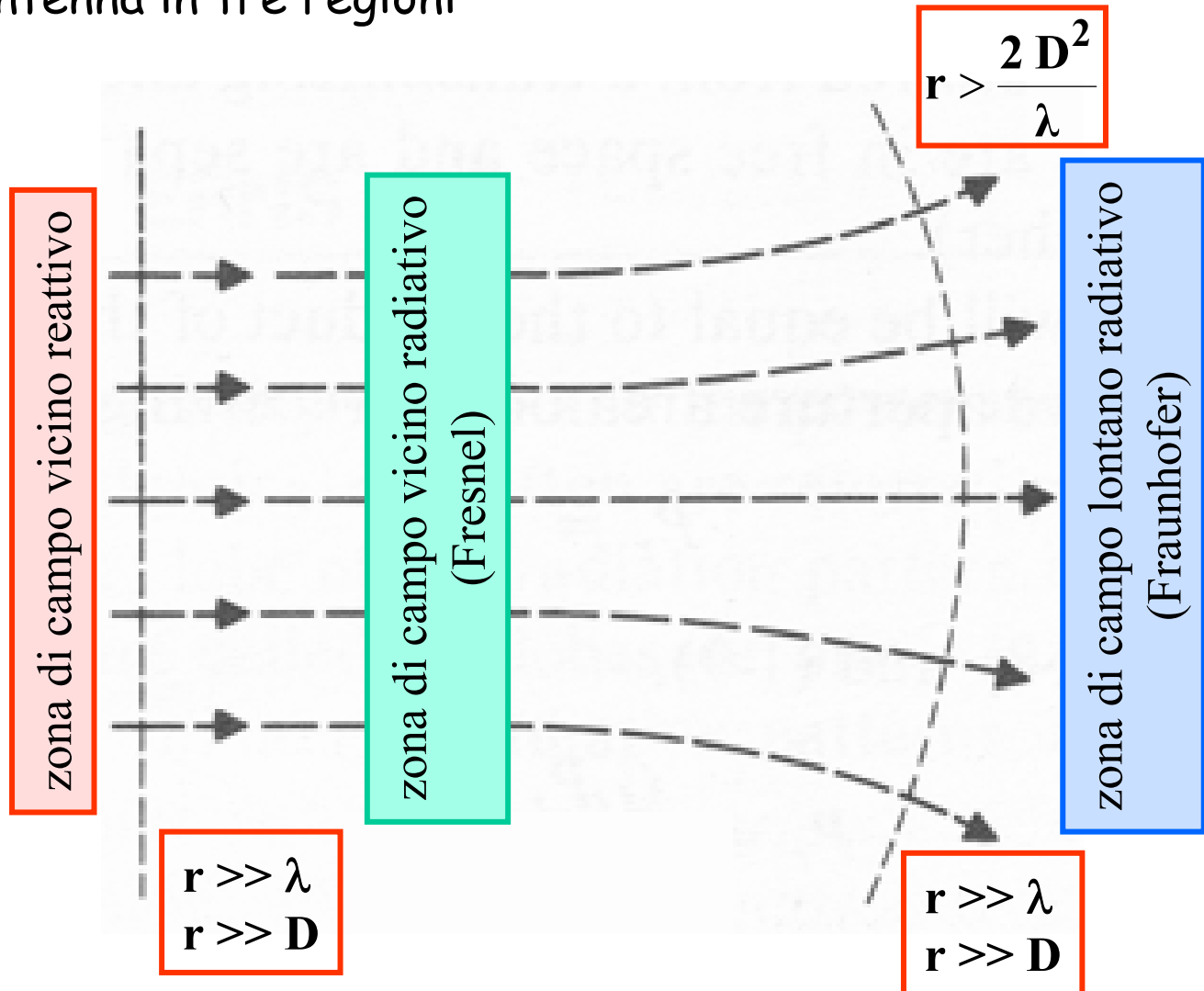
$$\underline{S}(\underline{r}) \propto \frac{1}{r^2} \underline{r}_0$$

esso tende a diventare reale e diretto lungo la direzione di  $r$ .

- Pertanto si ha trasmissione di potenza attiva in direzione radiale verso l'infinito.
- Poiché le linee di flusso del vettore  $\underline{S}$  divengono radiali, ne segue che la potenza media  $dP$  che attraversa un elemento di superficie sferica  $dS$  dipende dall'angolo solido  $d\Omega$  sotteso dalla superficie  $dS$  e non dalla sua distanza dalla sorgente

# Campo vicino e campo lontano di una generica antenna

Sulla base delle precedenti osservazioni si divide la zona di spazio intorno all'antenna in tre regioni





# Caratteristiche del campo nella zona di campo vicino reattivo

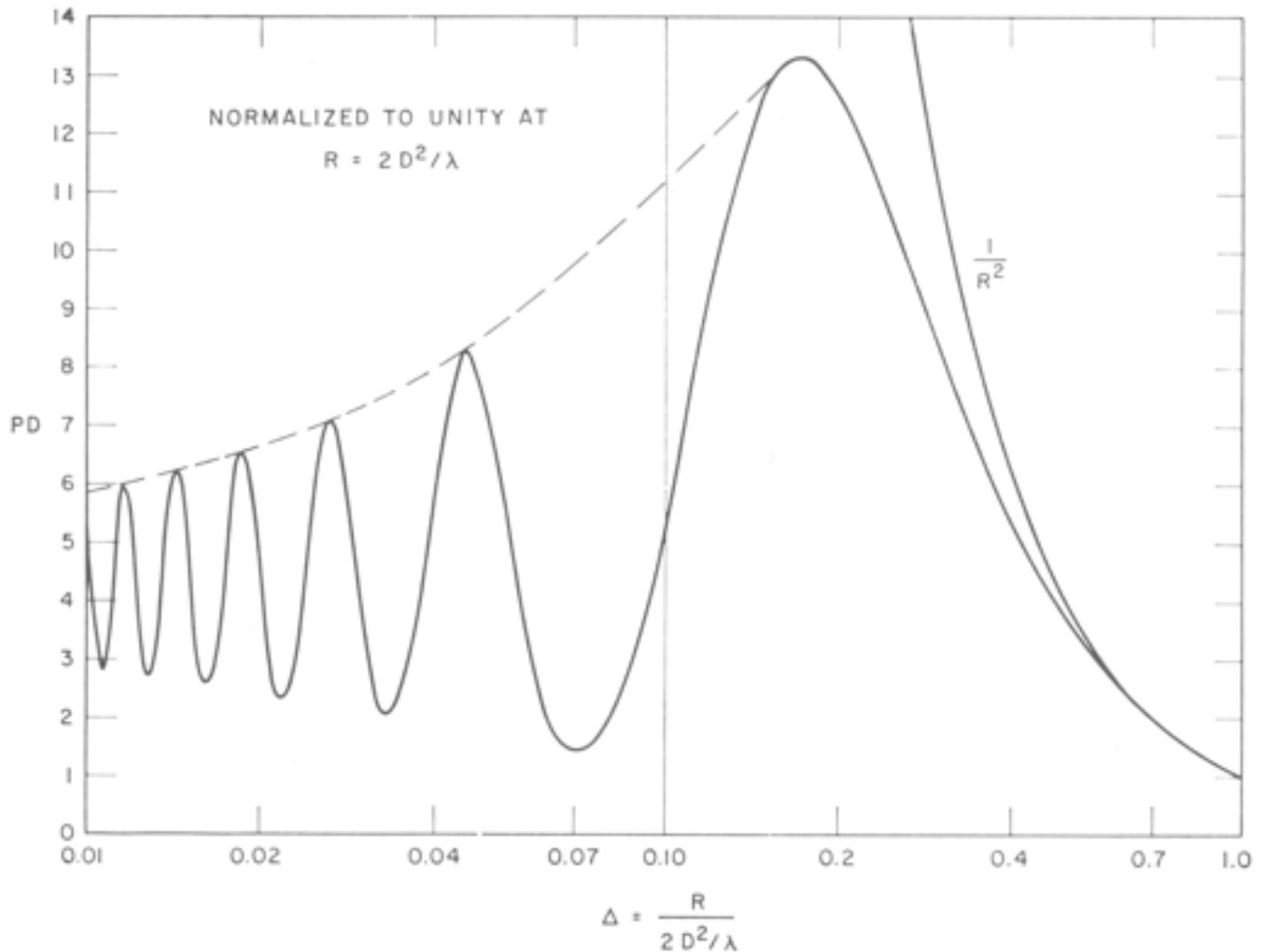
---

- La zona di campo vicino reattivo è la più vicina all'antenna e si estende fino a distanze dall'antenna pari a qualche lunghezza d'onda
- Dominano i termini quasi-statici di campo elettrico e di campo magnetico (andamento proporzionale a  $r^{-3}$  e  $r^{-2}$ )
- È la zona in cui l'antenna "immagazzina" energia elettrica e magnetica che viene scambiata, sotto forma di potenza reattiva, con il generatore che la alimenta
- Il campo elettrico e il campo magnetico non sono correlati tra di loro a mezzo dell'impedenza caratteristica  $\zeta$
- La presenza di un corpo estraneo altererebbe fortemente le caratteristiche dell'antenna a causa del forte accoppiamento

# Caratteristiche del campo nella zona di campo vicino radiativo

- La zona di campo vicino radiativo parte da distanze dall'antenna pari a qualche lunghezza d'onda e comunque sufficientemente più grandi del diametro dell'antenna e si estende fino alla distanza di Fraunhofer
  - Per antenne poco estese ( $D < \lambda$ ) questa zona non esiste (si passa direttamente da campo vicino reattivo a campo lontano radiativo, come nel caso del dipolo hertziano)
  - I contributi quasi-statici dovuti ai campi reattivi sono oramai trascurabili
  - Il campo elettrico e il campo magnetico sono abbastanza correlati tra di loro a mezzo dell'impedenza caratteristica  $\zeta$
- Il campo presenta fluttuazioni spaziali dovute alle interferenze di fase tra i contributi di campo provenienti dalle diverse zone dell'antenna

# Tipico andamento del campo nella zona di campo vicino radiativo



# Caratteristiche del campo nella zona di campo lontano radiativo

- La zona di campo lontano radiativo parte dalla distanza di Fraunhofer, e comunque per distanze superiori a qualche  $\lambda$ , e si estende fino all'infinito
- Il campo elettromagnetico ha le caratteristiche di un'onda sferica non uniforme
- La distribuzione angolare (sull'angolo solido) e la polarizzazione del campo elettrico sono indipendenti dalla distanza e sono date da

$$\underline{N}_{\perp}(\theta, \varphi) = N_{\theta}(\theta, \varphi) \underline{\theta}_0 + N_{\varphi}(\theta, \varphi) \underline{\varphi}_0$$

- Il campo elettrico e il campo magnetico sono correlati tra di loro a mezzo dell'impedenza caratteristica  $\zeta$
- Il campo decresce con la distanza dall'antenna proporzionalmente a  $1/r$
- La densità di potenza decresce con la distanza dall'antenna in maniera proporzionale a  $1/r^2$  ed è data da

$$S(r, \theta, \varphi) = \frac{|\underline{E}(r, \theta, \varphi)|^2}{2 \zeta} = \frac{|\underline{E}_{\text{rms}}(r, \theta, \varphi)|^2}{\zeta} \propto \frac{|N_{\theta}(\theta, \varphi)|^2 + |N_{\varphi}(\theta, \varphi)|^2}{r^2}$$

# Parametri d'antenna

I parametri che definiscono un'antenna sono:

- diagramma di radiazione;
- apertura a -3 dB;
- direttività;
- guadagno;
- efficienza;
- polarizzazione;
- impedenza di ingresso;
- larghezza di banda;
- area efficace  
(altezza efficace).



# Diagramma di radiazione

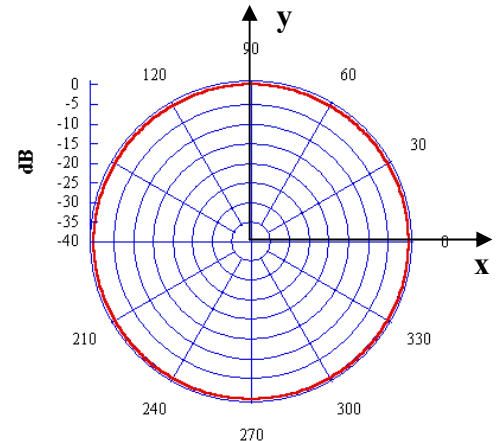
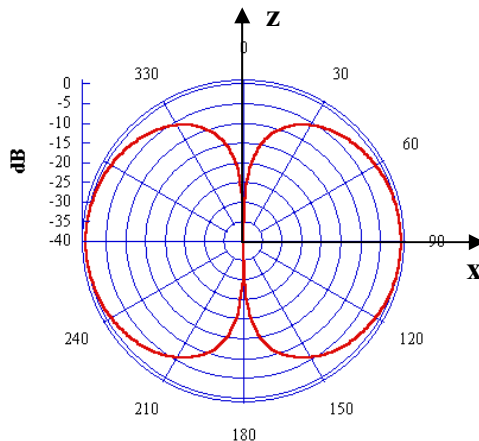
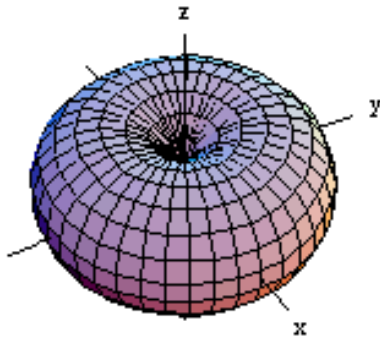
- Si è visto per il campo elettrico nella zona di Fraunhofer

$$\underline{E}(r, \theta, \varphi) = -j k \zeta \frac{e^{-j k r}}{4 \pi r} \left[ N_{\theta}(\theta, \varphi) \underline{\theta}_0 + N_{\varphi}(\theta, \varphi) \underline{\varphi}_0 \right] = -j k \zeta \frac{e^{-j k r}}{4 \pi r} \underline{N}_{\perp}(\theta, \varphi)$$

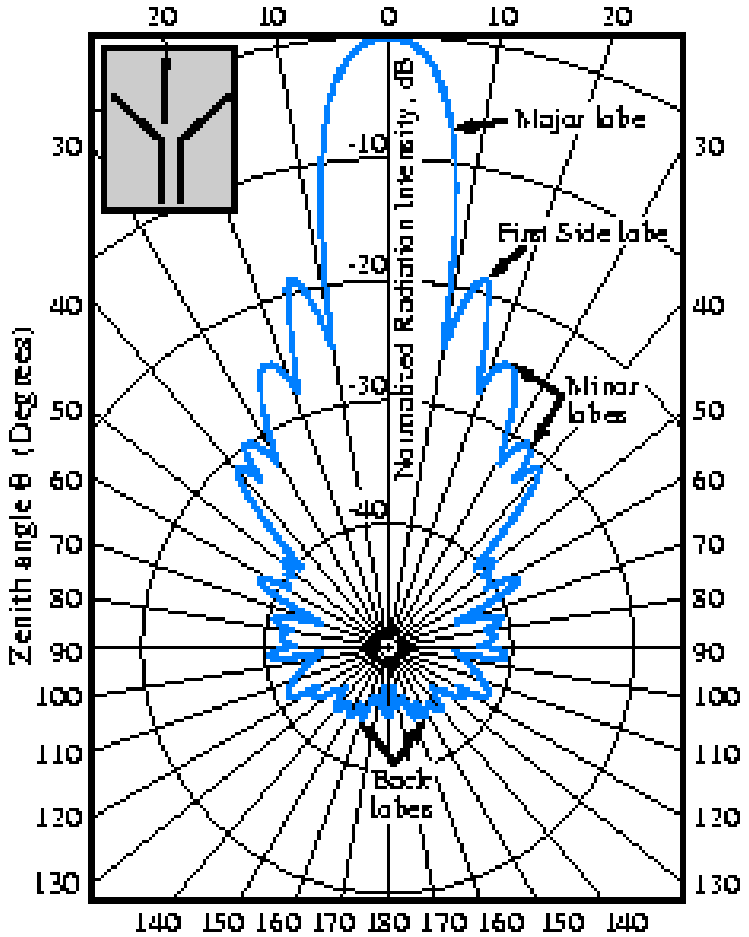
- La funzione  $|\underline{N}_{\perp}(\theta, \varphi)|$ , che rappresenta la distribuzione angolare in campo lontano del campo irradiato, ovvero la funzione  $|\underline{N}_{\perp}(\theta, \varphi)|^2$ , che rappresenta la distribuzione angolare della densità di potenza, prendono il nome di **diagramma di radiazione** (in campo e potenza, rispettivamente) dell'antenna
- Il diagramma di radiazione si esprime normalmente in dB, normalizzato rispetto al valore massimo (utilizzando i dB il diagramma in campo e quello in potenza coincidono)
- ***Il diagramma di radiazione è un concetto che ha senso esclusivamente nella zona di campo lontano radiativo dell'antenna***

# Rappresentazione del diagramma di radiazione

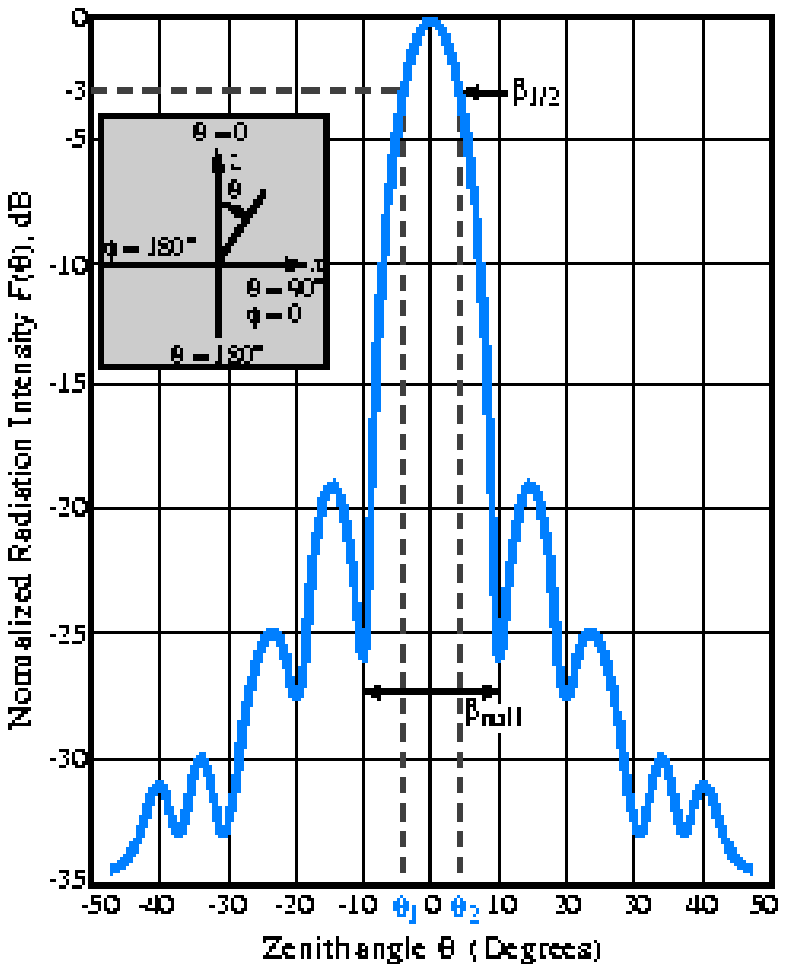
- Il diagramma di radiazione si può visualizzare in 3D (ottenendo così il solido di radiazione)
- In alternativa si può riportare su dei piani (in forma cartesiana o polare)
- Nel caso di antenne che producono un campo polarizzato linearmente (p. es. il dipolo corto) si usano in genere il piano E principale e il piano H
  - piano E principale: piano passante per il centro di fase e contenente sia la direzione di polarizzazione del campo E che la direzione di massima radiazione dell'antenna  
(p. es.: per il dipolo corto qualunque piano passante per l'asse z)
  - piano H: piano passante per il centro di fase e contenente la direzione di polarizzazione del campo H (p. es.: per il dipolo corto il piano xy)



# Rappresentazione ddr



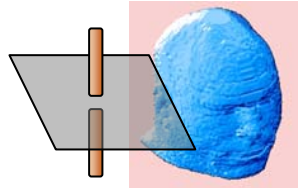
*forma polare*



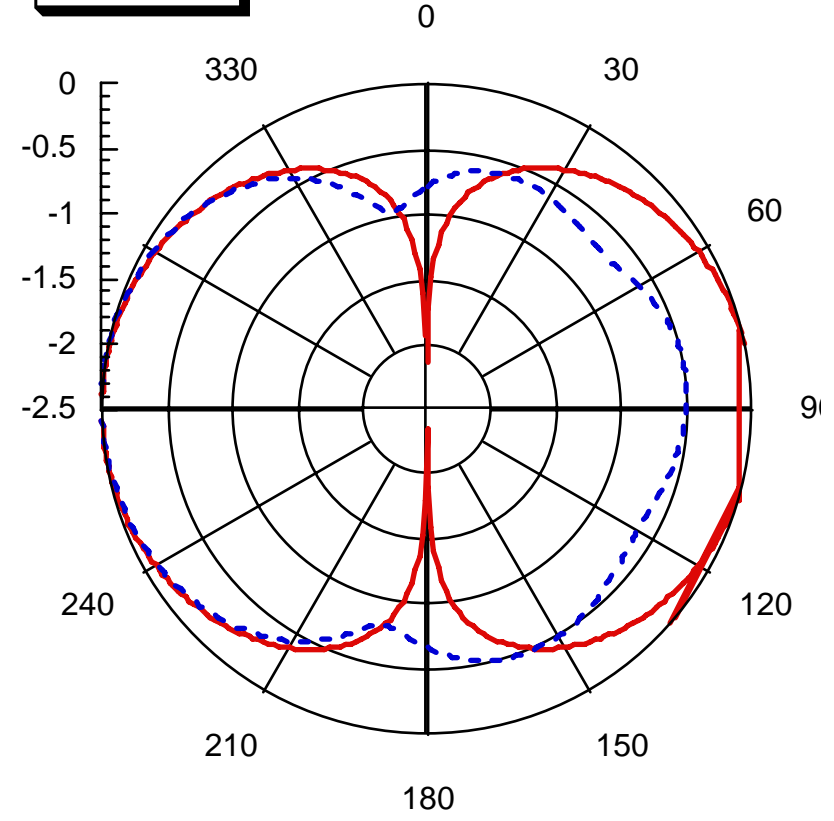
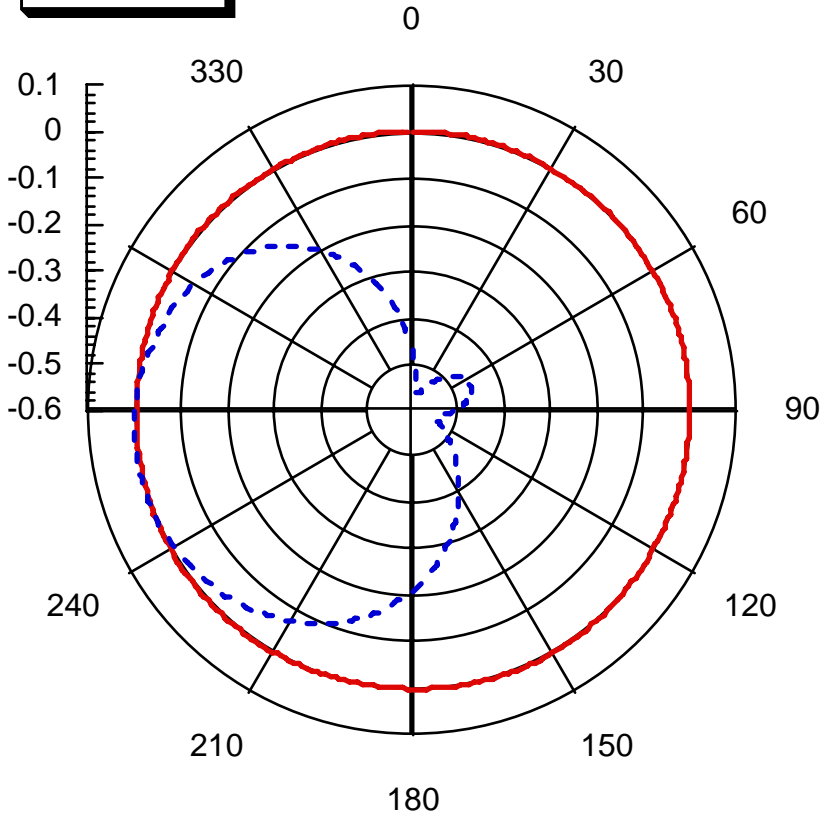
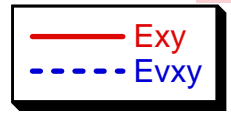
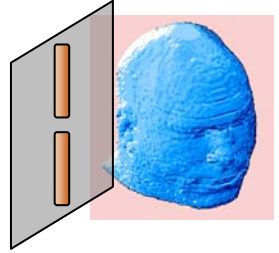
*forma cartesiana*



# D.d.r. con presenza "oggetto" nel campo vicino

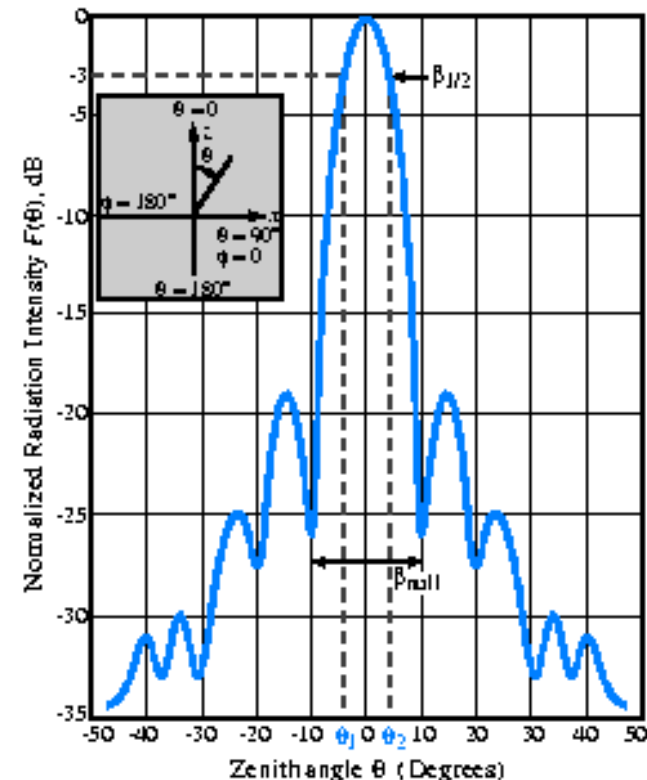


Dipolo verticale + "Visible Human"  
F = 900 MHz

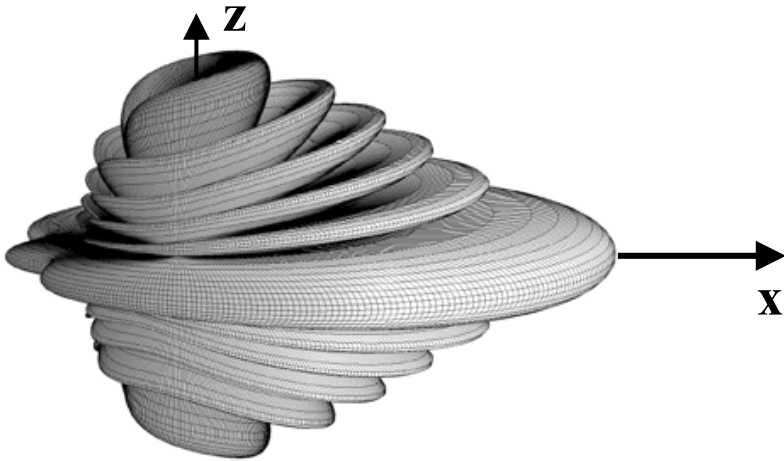


# Lobo principale, lobi secondari, aperture a -3 dB

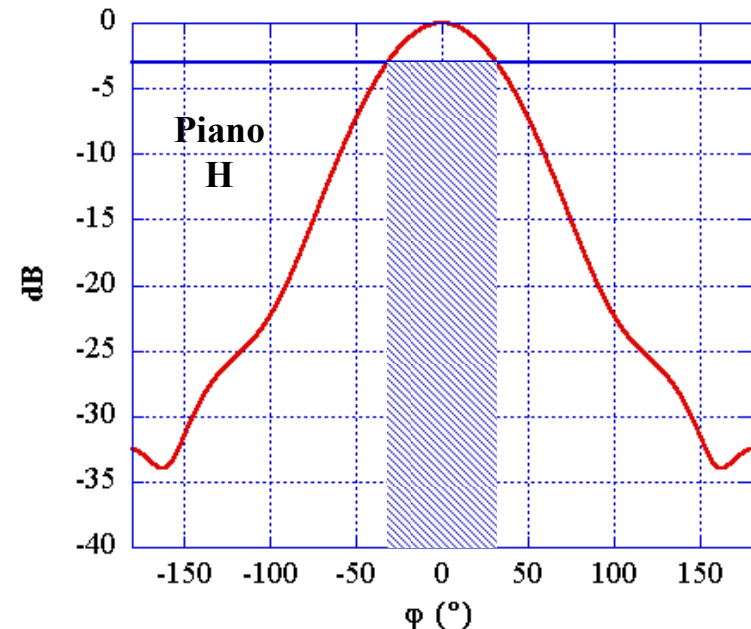
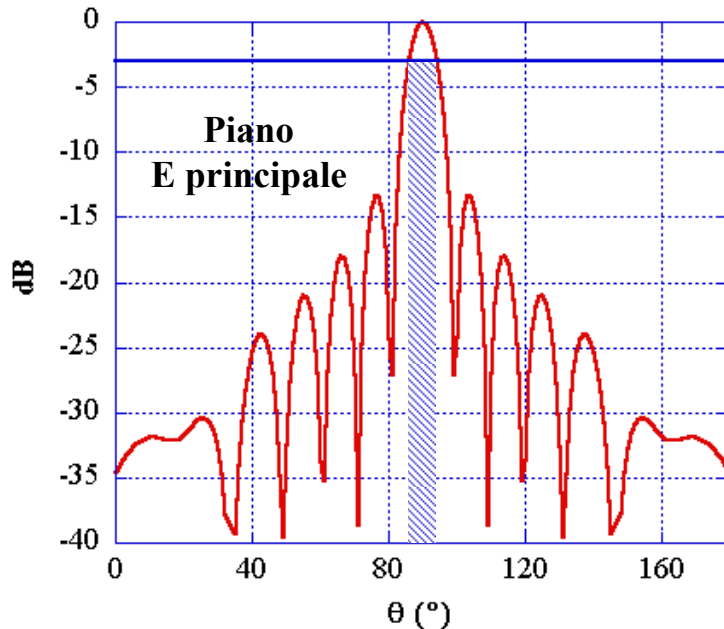
- Le antenne vengono realizzate in modo tale da "concentrare" la radiazione verso una determinata direzione spaziale
- Il solido di radiazione, pertanto, presenta un **lobo principale** (che assume forme diverse a seconda del tipo di antenna), all'interno del quale è contenuta la direzione  $(\theta_{\max}, \varphi_{\max})$  in cui l'intensità di radiazione assume il suo massimo (**direzione di puntamento** dell'antenna)
- Accanto al lobo principale, esistono una serie di **lobi secondari**, di ampiezza inferiore, che vanno generalmente limitati il più possibile perché rappresentano una "dispersione" dell'energia irradiata verso direzioni non volute
- Considerata la rappresentazione del diagramma di radiazione su due piani (p. es. E principale e H) si dicono **aperture a -3 dB** le aperture angolari (sui due piani in questione) entro cui la densità di potenza irradiata non si riduce più del 50% rispetto al suo valore massimo



# Esempio di lobo principale, lobi secondari, aperture a -3 dB



- Direzione di puntamento  
( $\theta_{\max}, \varphi_{\max}$ ) = (90°, 0°)
- Piano E principale  
piano xz
- Piano H  
piano xy



# Direttività di un'antenna (1/2)

- Campo elettrico in zona di Fraunhofer

$$\underline{E}(r, \theta, \varphi) = -j k \zeta \frac{e^{-j k r}}{4 \pi r} \left[ N_{\theta}(\theta, \varphi) \underline{\theta}_0 + N_{\varphi}(\theta, \varphi) \underline{\varphi}_0 \right] = -j k \zeta \frac{e^{-j k r}}{4 \pi r} \underline{N}_{\perp}(\theta, \varphi)$$

- La **direttività di un'antenna è un parametro che caratterizza la "bontà" dell'antenna a "dirigere" la radiazione in una determinata direzione**. Supponendo di avere un'antenna isotropa ( $\Rightarrow |\underline{N}_{\perp}(\theta, \varphi)| = \text{cost}$ ), ovvero che irradia uniformemente in tutto lo spazio (n.b. non è realizzabile!)

$$S(r, \theta, \varphi) = S_0(r) = \frac{P_{\text{irr}}}{4 \pi r^2} \quad \text{con } P_{\text{irr}} = \text{potenza irradiata nello spazio libero}$$

- Considerando un'antenna reale

$$S(r, \theta, \varphi) \propto P_{\text{irr}} \frac{|N_{\theta}(\theta, \varphi)|^2 + |N_{\varphi}(\theta, \varphi)|^2}{r^2}$$

- Si definisce direttività

$$D(\theta, \varphi) = \frac{S(r, \theta, \varphi)}{S_0(r)} \propto |N_{\theta}(\theta, \varphi)|^2 + |N_{\varphi}(\theta, \varphi)|^2 = |\underline{N}_{\perp}(\theta, \varphi)|^2$$

# Direttività di un'antenna (2/2)

- La **direttività massima** è la direttività nella direzione di puntamento dell'antenna

$$D_{\max} = D(\theta_{\max}, \varphi_{\max})$$

- La direttività si misura in **dB*i*** (dB rispetto all'antenna isotropa)

$$D_{\text{dB*i*}}(\theta, \varphi) = 10 \log_{10} D(\theta, \varphi)$$

- Si può anche misurare in **dB*d*** (dB rispetto al dipolo mezz'onda). Il dipolo mezz'onda ha una direttività massima pari a 1.64, ovvero 2.15 dB*i*

$$D_{\text{dB*d*}}(\theta, \varphi) = 10 \log_{10} \frac{D(\theta, \varphi)}{D_{\max}^{\text{dip}}} = D_{\text{dB*i*}}(\theta, \varphi) - 2.15$$

# Proprietà integrale della direttività

- Sostituendo l'espressione della direttività nella formula integrale di  $P_{\text{irr}}$

$$\begin{aligned} P_{\text{irr}} &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} S(r, \theta, \varphi) r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\varphi = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{P_{\text{irr}}}{4 \pi r^2} D(\theta, \varphi) r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\varphi = \\ &= \frac{P_{\text{irr}}}{4 \pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} D(\theta, \varphi) \sin \theta \, d\theta \, d\varphi \quad \Rightarrow \quad \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} D(\theta, \varphi) \sin \theta \, d\theta \, d\varphi = 4 \pi \end{aligned}$$

- L'integrale della direttività eseguito sull'intero angolo solido deve dunque essere pari a  $4 \pi$
- Di conseguenza non è possibile avere un lobo principale con una elevata apertura angolare e, nello stesso tempo, una elevata direttività massima
- Direttività massima ed apertura a  $-3 \text{ dB}$  del lobo principale sono due specifiche dell'antenna che si contrappongono  
lobo ampio  $\Rightarrow$  direttività bassa ; direttività alta  $\Rightarrow$  lobo stretto

# Efficienza e guadagno di un'antenna

- I materiali di cui è costituita un'antenna (conduttori e dielettrici) non sono ideali e pertanto introducono delle perdite, che fanno sì che la potenza irradiata ( $P_{irr}$ ) sia inferiore alla potenza erogata dal generatore in ingresso all'antenna ( $P_{in}$ )
- Per caratterizzare le perdite dell'antenna si introduce l'**efficienza** ( $\eta$ )

$$\eta = \frac{P_{irr}}{P_{in}} = \frac{P_{irr}}{P_{irr} + P_{loss}} \quad \Rightarrow \quad \eta \leq 1$$

- La "direttività" dell'antenna riferita alla potenza in ingresso, anziché a quella irradiata, si definisce **guadagno**  $G(\theta, \varphi)$

$$G(\theta, \varphi) = S(r, \theta, \varphi) \frac{4 \pi r^2}{P_{in}} = S(r, \theta, \varphi) \frac{4 \pi r^2}{P_{irr}} \eta$$

- Il guadagno è sempre inferiore alla direttività di un fattore pari proprio all'efficienza  $\eta$  dell'antenna

$$G(\theta, \varphi) = \eta D(\theta, \varphi)$$

# Polarizzazione di un'antenna

- Riprendendo l'espressione del campo elettrico in zona di Fraunhofer

$$\underline{E}(r, \theta, \varphi) = -j k \zeta \frac{e^{-j k r}}{4 \pi r} \left[ N_{\theta}(\theta, \varphi) \underline{\theta}_0 + N_{\varphi}(\theta, \varphi) \underline{\varphi}_0 \right] = -j k \zeta \frac{e^{-j k r}}{4 \pi r} \underline{N}_{\perp}(\theta, \varphi)$$

- Si può dunque porre

$$\underline{E}(r, \theta, \varphi) = -j k \zeta \frac{e^{-j k r}}{4 \pi r} \sqrt{|N_{\theta}(\theta, \varphi)|^2 + |N_{\varphi}(\theta, \varphi)|^2} \underline{p}_0(\theta, \varphi)$$

- Il versore  $\underline{p}_0(\theta, \varphi)$  definisce la polarizzazione del campo elettrico irradiato dall'antenna. La polarizzazione in genere varia con la direzione di osservazione

$$\underline{p}_0(\theta, \varphi) = \frac{N_{\theta}(\theta, \varphi) \underline{\theta}_0 + N_{\varphi}(\theta, \varphi) \underline{\varphi}_0}{\sqrt{|N_{\theta}(\theta, \varphi)|^2 + |N_{\varphi}(\theta, \varphi)|^2}} = p_{0\theta}(\theta, \varphi) \underline{\theta}_0 + p_{0\varphi}(\theta, \varphi) \underline{\varphi}_0$$

- Nel caso del dipolo corto

$$\underline{p}_0(\theta, \varphi) = \underline{\theta}_0$$



# Polarizzazione lineare, circolare, ellittica

- L'antenna si dice a polarizzazione lineare se il campo elettrico prodotto è polarizzato linearmente ( $\Rightarrow p_{0\theta}$  e  $p_{0\varphi}$  in fase)

$$p_{0\theta} = 0 \quad \text{oppure} \quad p_{0\varphi} = 0$$

$$\text{oppure} \quad \angle p_{0\theta} = \angle p_{0\varphi}$$

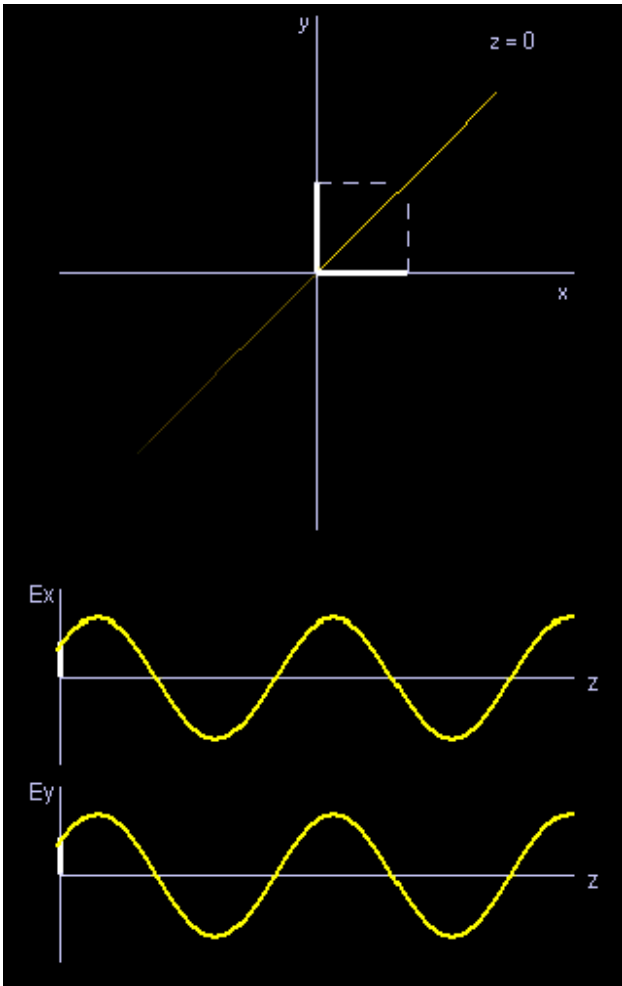
- L'antenna si dice a polarizzazione circolare (destra o sinistra) se il campo elettrico prodotto è polarizzato circolarmente (destro o sinistro) ( $\Rightarrow p_{0\theta}$  e  $p_{0\varphi}$  in quadratura e di pari modulo)
- La polarizzazione è destra (sinistra) se, ponendo il pollice della mano destra (sinistra) lungo la direzione di propagazione ( $\underline{r}_0$ ), il campo ruota nel verso indicato dalle dita della mano

$$|p_{0\theta}| = |p_{0\varphi}| \quad \text{e} \quad \angle p_{0\theta} = \angle p_{0\varphi} + \pi/2 \quad \text{polarizzazione circolare destra}$$

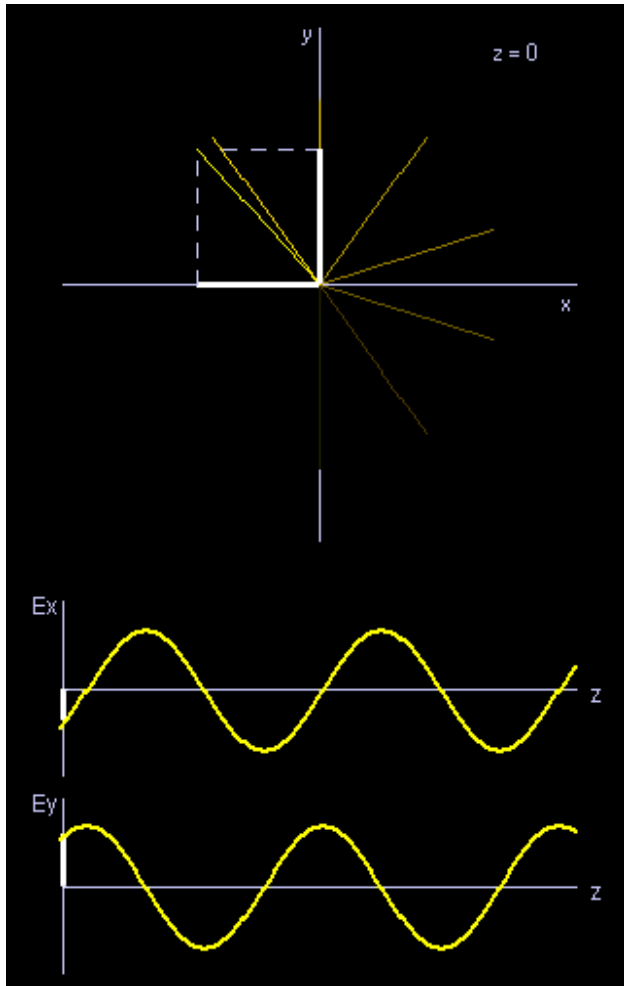
$$|p_{0\theta}| = |p_{0\varphi}| \quad \text{e} \quad \angle p_{0\theta} = \angle p_{0\varphi} - \pi/2 \quad \text{polarizzazione circolare sinistra}$$

- L'antenna si dice a polarizzazione ellittica se il campo prodotto è polarizzato ellitticamente

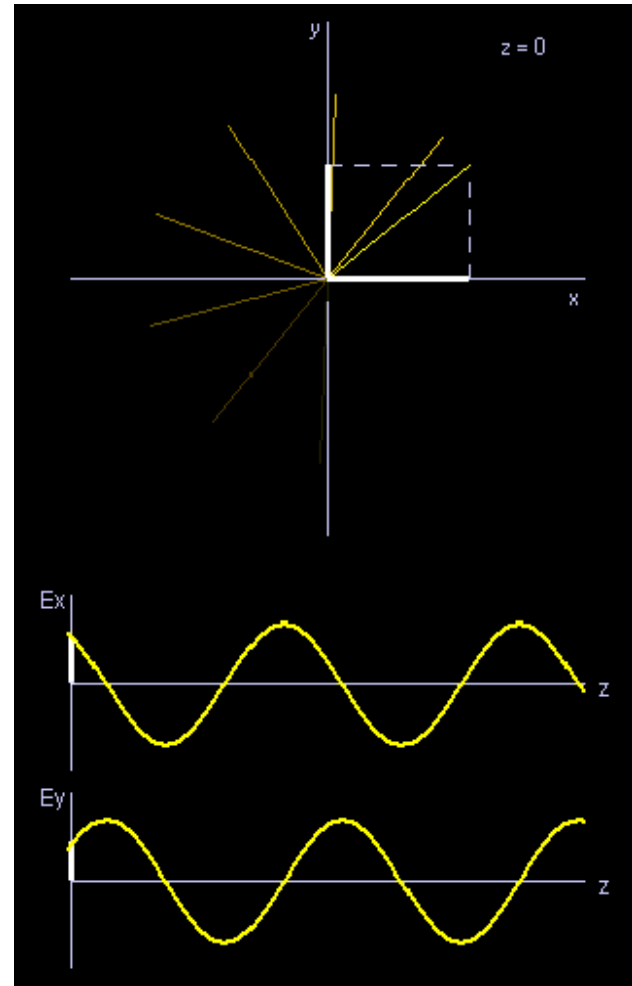
# Esempi di polarizzazione lineare e circolare



Lineare



Circolare destra

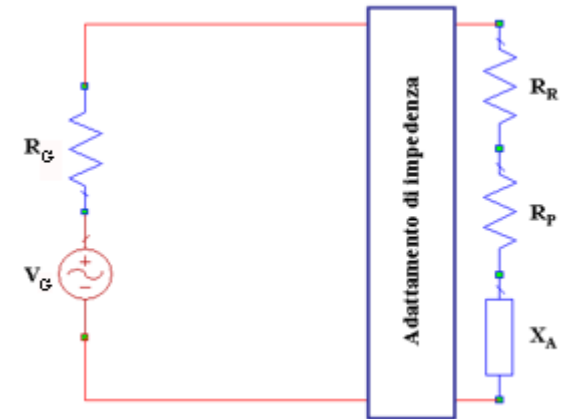


Circolare sinistra

# Impedenza d'antenna e adattamento al generatore

- L'antenna viene alimentata connettendola ad un generatore dotato di impedenza interna  $Z_G$  (di solito pari a  $R_0 = 50 \Omega$ )
- L'antenna viene vista dal generatore come un'impedenza di carico  $Z_A$
- Tale impedenza d'antenna è la serie di tre termini

- **resistenza di radiazione**  $R_R$   
(tiene conto della potenza irradiata)
- **resistenza di perdita**  $R_p$   
(tiene conto delle dissipazioni nell'antenna)
- **reattanza d'antenna**  $X_A$   
(tiene conto della potenza reattiva scambiata)



- Per garantire il massimo trasferimento di potenza tra antenna e generatore occorre realizzare la condizione di adattamento coniugato ( $Z_A = Z_G^*$ )
- Occorre dunque generalmente che l'antenna abbia impedenza pari a  $50 \Omega$
- Poiché ciò non è in genere vero, si interpone un'opportuna rete di adattamento tra generatore ed antenna

# Larghezza di banda

---

La larghezza di banda di un'antenna è definita come quell'intervallo di frequenze all'interno delle quali le prestazioni dell'antenna (riferite a una determinata caratteristica) si mantengono entro un determinato standard.

Ci sono diversi modi per definirla.

e.g.

- larghezza di banda del diagramma;
- larghezza di banda di impedenza

l'impedenza è tale che il disadattamento tra generatore e antenna è contenuto entro un certo valore:

$$VSWR = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \leq 2$$

# Calcolo del campo elettrico nella zona di campo lontano

- Un problema che si incontra comunemente per un'antenna è quello di calcolare il modulo del campo in un certo punto  $\underline{r} = (r, \theta, \varphi)$ , note  $P_{irr}$  e  $D(\theta, \varphi)$
- Sfruttando la definizione di direttività (o di guadagno)

$$S(r, \theta, \varphi) = \frac{P_{irr} D(\theta, \varphi)}{4 \pi r^2} = \frac{P_{in} G(\theta, \varphi)}{4 \pi r^2} \quad [W/m^2]$$

$$S(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2 \zeta} |\underline{E}(r, \theta, \varphi)|^2 \quad \Rightarrow \quad |\underline{E}(r, \theta, \varphi)| = \sqrt{2 \zeta S(r, \theta, \varphi)} \quad (\zeta_0 = 120 \pi \Omega)$$

$$|\underline{E}(r, \theta, \varphi)| = \frac{\sqrt{60 P_{irr} D(\theta, \varphi)}}{r} = \frac{\sqrt{60 P_{in} G(\theta, \varphi)}}{r}$$
$$|\underline{E}_{rms}(r, \theta, \varphi)| = \frac{\sqrt{30 P_{irr} D(\theta, \varphi)}}{r} = \frac{\sqrt{30 P_{in} G(\theta, \varphi)}}{r}$$

- La formula così ottenuta è quella che corrisponde al contributo di ottica geometrica (stiamo supponendo che l'antenna sia in spazio libero)

# EIRP e ERP

- Ai fini del calcolo del campo irradiato spesso vengono introdotti due parametri ausiliari: l'EIRP e l'ERP
- EIRP (Effective Isotropically Radiated Power): per una fissata direzione angolare, è la potenza che dovrebbe irradiare un'antenna isotropa per dare lo stesso livello di campo prodotto dall'antenna in esame

$$|\underline{E}(r, \theta, \varphi)| = \frac{\sqrt{60 P_{\text{irr}} D(\theta, \varphi)}}{r} = \frac{\sqrt{60 P_{\text{in}} G(\theta, \varphi)}}{r} = \frac{\sqrt{60 \text{EIRP}(\theta, \varphi)}}{r} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{EIRP}(\theta, \varphi) = P_{\text{irr}} D(\theta, \varphi) = P_{\text{in}} G(\theta, \varphi)$$

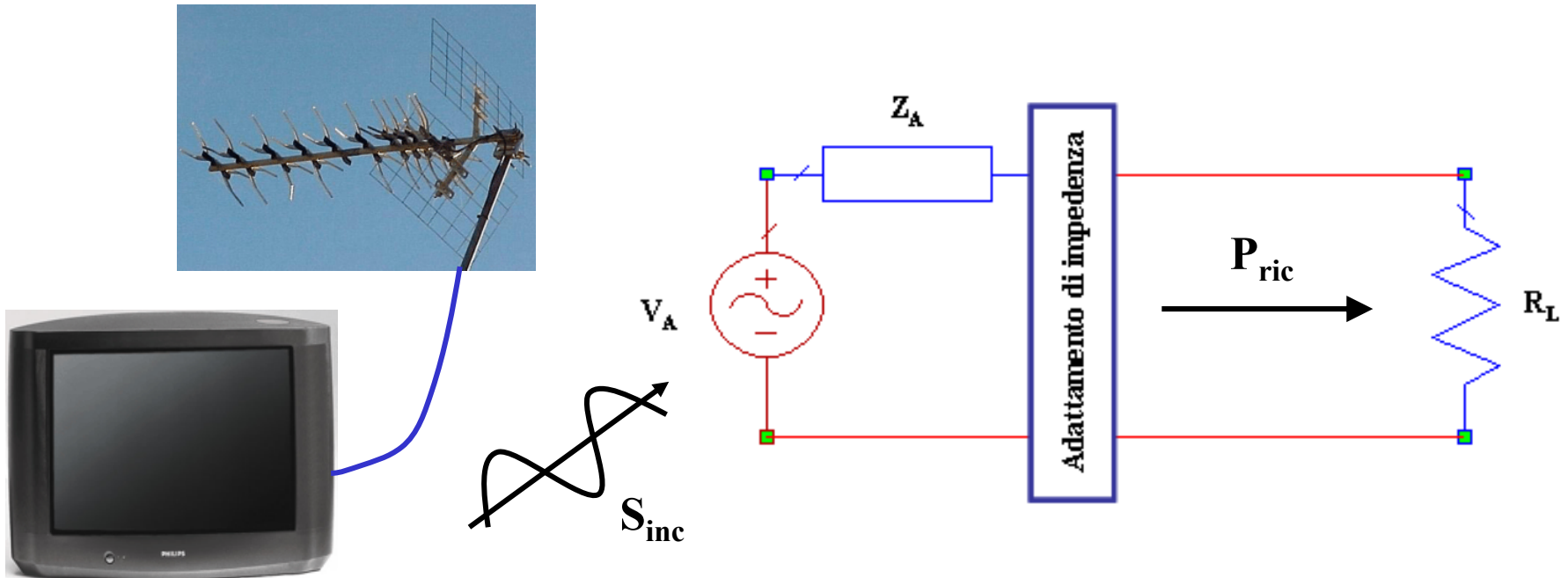
- ERP (Effective Radiated Power): per una fissata direzione angolare, è la potenza che dovrebbe irradiare un dipolo mezz'onda, orientato ortogonalmente a tale direzione, per produrre lo stesso livello di campo

$$|\underline{E}(r, \theta, \varphi)| = \frac{\sqrt{60 P_{\text{irr}} D(\theta, \varphi)}}{r} = \frac{\sqrt{60 P_{\text{in}} G(\theta, \varphi)}}{r} = \frac{\sqrt{60 D_{\text{max}}^{\text{dip}} \text{ERP}(\theta, \varphi)}}{r} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{ERP}(\theta, \varphi) = P_{\text{irr}} D(\theta, \varphi)/1.64 = P_{\text{in}} G(\theta, \varphi)/1.64 \quad \left( D_{\text{max}}^{\text{dip}} = 1.64 \right)$$

# Antenne come elemento ricevente in un collegamento radio

- Tutti i parametri finora descritti caratterizzano un'antenna pensata come elemento che irradia il campo nello spazio libero (parte trasmittente di un collegamento radio)
- Le antenne, tuttavia, sono degli elementi **reciproci** che possono essere utilizzati anche per captare parte della densità di potenza trasportata da un'onda elettromagnetica (parte ricevente di un collegamento radio)



# Area efficace di un'antenna

- Ipotizzando che sull'antenna incida un'onda piana proveniente dalla direzione angolare  $(\theta, \varphi)$ , caratterizzata da una densità di potenza pari a  $S_{inc}$  e da un campo elettrico polarizzato secondo il versore  $\underline{p}_{0inc}$ , la potenza  $P_{ric}$  captata dall'antenna e ceduta al carico (ricevitore), che si suppone essere adattato all'antenna, è data da

$$P_{ric} = S_{inc} A_{eff}(\theta, \varphi) \eta \left| \underline{p}_0(\theta, \varphi) \cdot \underline{p}_{0inc} \right|^2$$

- La quantità  $A_{eff}(\theta, \varphi)$  [m<sup>2</sup>] prende il nome di **area efficace** dell'antenna
- È come se l'antenna "catturasse" la densità di potenza incidente comportandosi come un'apertura di area pari a  $A_{eff}$
- L'area efficace è legata alla direttività dell'antenna (come conseguenza del teorema di reciprocità)

$$A_{eff}(\theta, \varphi) = \frac{\lambda^2}{4\pi} D(\theta, \varphi) \quad \Rightarrow \quad A_{eff}(\theta, \varphi) \eta = \frac{\lambda^2}{4\pi} G(\theta, \varphi)$$

L'antenna riceve in modo massimo dalla direzione di puntamento



# Efficienza in ricezione

- Riprendendo l'espressione della potenza ricevuta

$$P_{ric} = S_{inc} A_{eff}(\theta, \varphi) \eta \left| \underline{p}_o(\theta, \varphi) \cdot \underline{p}_{oinc} \right|^2$$

- L'efficienza dell'antenna in ricezione può essere limitata da due fattori
  - l'efficienza dovuta alle perdite ( $\eta$ ): tiene conto del fatto che parte della potenza "captata" dall'antenna viene dissipata su quest'ultima, per effetto delle perdite nei conduttori e dielettrici, e non giunge pertanto al ricevitore
  - l'efficienza di polarizzazione  $\left| \underline{p}_o(\theta, \varphi) \cdot \underline{p}_{oinc} \right|^2$ : tiene conto del fatto che solo la parte di densità di potenza incidente trasportata dalla componente di campo elettrico co-polarizzata rispetto all'antenna viene captata da quest'ultima
- La presenza del fattore che tiene conto della polarizzazione mostra, in particolare, come l'antenna si comporti da "filtro di polarizzazione"

Utilizzando due polarizzazioni ortogonali è possibile trasmettere due segnali diversi alla stessa frequenza e separarli in ricezione

# Formula di Friis per un collegamento radio in spazio libero

- Combinando insieme la formula per il calcolo del campo irradiato e quella per il calcolo della potenza ricevuta, si ottiene la **formula di Friis** che consente di ricavare la potenza ricevuta a partire da quella trasmessa, dalla distanza, dalla frequenza, e dai guadagni dell'antenna trasmittente (Tx) e ricevente (Rx) nel caso di un collegamento radio in spazio libero

$$P_{ric} = S_{inc} A_{eff}(\theta_{Rx}, \varphi_{Rx}) \eta \left| \underline{p}_{ORx}(\theta_{Rx}, \varphi_{Rx}) \cdot \underline{p}_{OTx}(\theta_{Tx}, \varphi_{Tx}) \right|^2 =$$
$$= S_{inc} \frac{\lambda^2}{4\pi} G_{Rx}(\theta_{Rx}, \varphi_{Rx}) \left| \underline{p}_{ORx}(\theta_{Rx}, \varphi_{Rx}) \cdot \underline{p}_{OTx}(\theta_{Tx}, \varphi_{Tx}) \right|^2$$

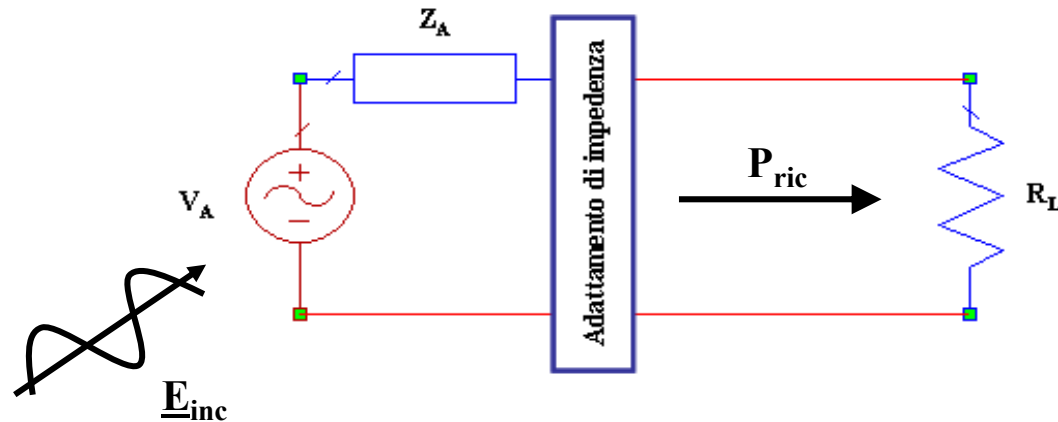
$$S_{inc} = \frac{P_{in} G_{Tx}(\theta_{Tx}, \varphi_{Tx})}{4\pi r^2}$$

$(\theta_{Rx}, \varphi_{Rx})$  = angolo secondo cui Rx vede Tx  
 $(\theta_{Tx}, \varphi_{Tx})$  = angolo secondo cui Tx vede Rx

$$P_{ric} = P_{in} \left( \frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 G_{Tx}(\theta_{Tx}, \varphi_{Tx}) G_{Rx}(\theta_{Rx}, \varphi_{Rx}) \left| \underline{p}_{ORx}(\theta_{Rx}, \varphi_{Rx}) \cdot \underline{p}_{OTx}(\theta_{Tx}, \varphi_{Tx}) \right|^2$$

# Altezza efficace dell'antenna

- Un classico utilizzo delle antenne come elementi riceventi è quello della misura dei livelli di campo ambientali
- Riportando lo schema dell'antenna connessa a un ricevitore...



- Si può porre

$$V_A = \underline{h}_{eff}(\theta, \varphi) \cdot \underline{E}_{inc} = h_{eff}(\theta, \varphi) E_{inc} \underline{p}_0(\theta, \varphi) \cdot \underline{p}_{0inc}$$

- $h_{eff}(\theta, \varphi)$  [m] è detta **altezza efficace** dell'antenna
- L'antenna "integra" il campo incidente su una lunghezza pari a  $h_{eff}$

# Misura del livello di campo ambientale (1/2)

- La precedente formula mostra come, a causa del "filtraggio" di polarizzazione dell'antenna, è possibile misurare solo la componente di campo co-polarizzata rispetto all'antenna ( $E_{0inc}$ )
- Se fosse possibile misurare direttamente  $V_A$ , sarebbe poi immediato risalire al valore della componente di campo co-polarizzata rispetto all'antenna
- Quello che si misura, però, è sempre la potenza ricevuta in condizioni di adattamento coniugato ( $P_{ric}$ ), che dunque va legata a  $E_{0inc}$

$$P_{ric} = \frac{|V_A|^2}{8 R_A} = \frac{h_{eff}^2(\theta, \varphi)}{8 (R_R + R_P)} E_{inc}^2 \left| \underline{p}_0(\theta, \varphi) \cdot \underline{p}_{0inc} \right|^2 = \frac{h_{eff}^2(\theta, \varphi)}{8 (R_R + R_P)} E_{0inc}^2$$

- Poiché la misura si effettua sempre sulla resistenza di riferimento  $R_0 = R_L = 50 \Omega$ , conviene trasformare la precedente espressione

$$P_{ric} = \frac{h_{eff}^2(\theta, \varphi)}{8 (R_R + R_P)} \frac{R_0}{R_0} E_{0inc}^2 = \frac{|V_{ric}|^2}{2 R_0} \quad \text{con} \quad |V_{ric}|^2 = \frac{h_{eff}^2(\theta, \varphi) R_0}{4 (R_R + R_P)} E_{0inc}^2$$

- $V_{ric}$  è la tensione "misurata" ai capi del ricevitore

# Misura del livello di campo ambientale (2/2)

- Passando alle grandezze rms (le normative fanno sempre riferimento al valore efficace del campo elettrico)

$$P_{\text{ric}} = \frac{h_{\text{eff}}^2(\theta, \varphi) R_0}{4(R_R + R_P)} \frac{1}{R_0} E_{0\text{inc eff}}^2$$

- Passando ai logaritmi e considerando  $R_0 = 50 \Omega$

$$10 \log_{10} P_{\text{ric}} = 10 \log_{10} \frac{h_{\text{eff}}^2(\theta, \varphi) R_0}{4(R_R + R_P)} - 10 \log_{10} R_0 + 20 \log_{10} E_{0\text{inc eff}} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{0\text{inc eff}} \Big|_{\text{dB}_{V/m}} = P_{\text{ric}} \Big|_{\text{dB}_W} + AF \Big|_{\text{dB}_{1/m}} + 17 \Big|_{\text{dB}_\Omega} = P_{\text{ric}} \Big|_{\text{dB}_m} + AF \Big|_{\text{dB}_{1/m}} + 17 \Big|_{\text{dB}_\Omega} - 30$$

- Il parametro AF, fornito dal costruttore, viene detto **antenna factor** (fattore d'antenna)

$$AF = 10 \log_{10} \frac{4(R_R + R_P)}{h_{\text{eff}}^2(\theta, \varphi) R_0}$$

# Area efficace ed altezza efficace

- Area efficace ed altezza efficace sono due parametri che caratterizzano entrambi l'antenna utilizzata come antenna ricevente e sono quindi legati

$$P_{ric} = S_{inc} A_{eff}(\theta, \varphi) \eta \left| \underline{p}_0(\theta, \varphi) \cdot \underline{p}_{0inc} \right|^2 = \frac{E_{inc}^2}{2 \zeta_0} A_{eff}(\theta, \varphi) \eta \left| \underline{p}_0(\theta, \varphi) \cdot \underline{p}_{0inc} \right|^2$$

$$P_{ric} = \frac{h_{eff}^2(\theta, \varphi)}{8(R_R + R_P)} E_{inc}^2 \left| \underline{p}_0(\theta, \varphi) \cdot \underline{p}_{0inc} \right|^2$$

$$\Rightarrow \frac{A_{eff}(\theta, \varphi) \eta}{2 \zeta_0} = \frac{h_{eff}^2(\theta, \varphi)}{8(R_R + R_P)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_{eff}(\theta, \varphi) = \frac{\zeta_0 h_{eff}^2(\theta, \varphi)}{4(R_R + R_P) \eta}$$

In genere, l'area efficace è più adatta a descrivere le antenne ad apertura, mentre l'altezza efficace è più adatta per le antenne lineari (e.g. dipolo...)