

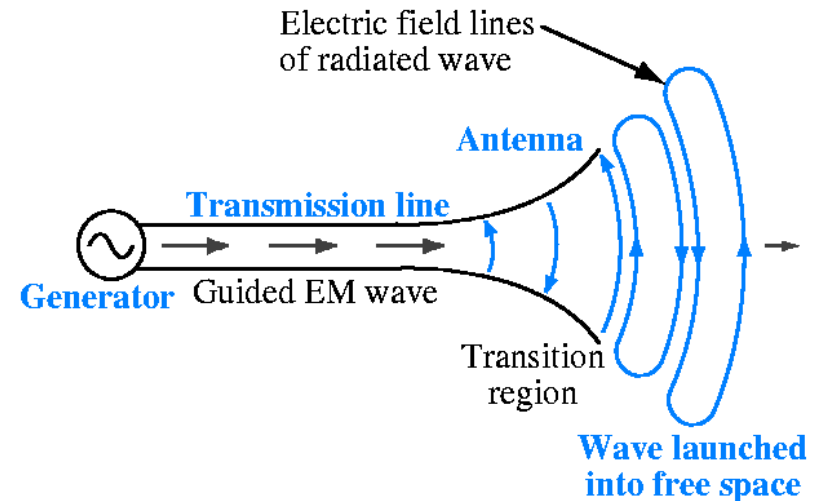
Antenne e radiazione

Marta Cavagnaro

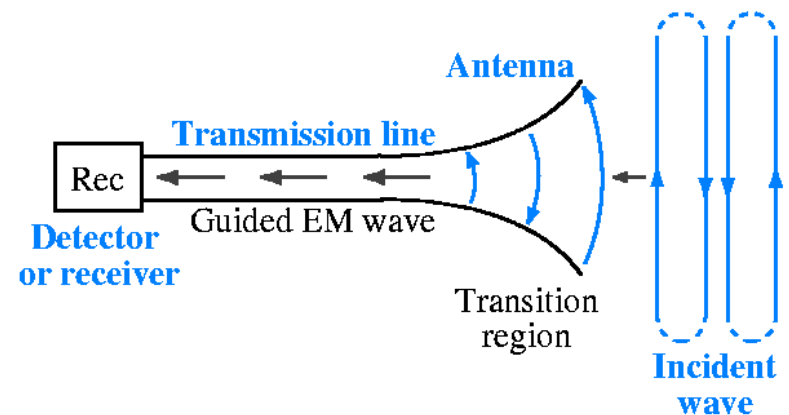
Cos'è un'antenna

Definizione

- E' il dispositivo attraverso il quale si irradiano e si captano le onde elettromagnetiche
- Consente la transizione da un'onda che si propaga in una struttura guidante (linea di trasmissione) a un'onda che si propaga in spazio libero e viceversa

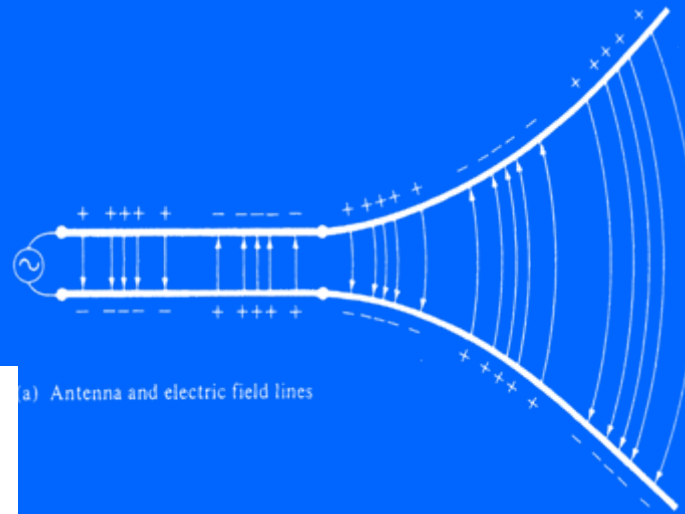
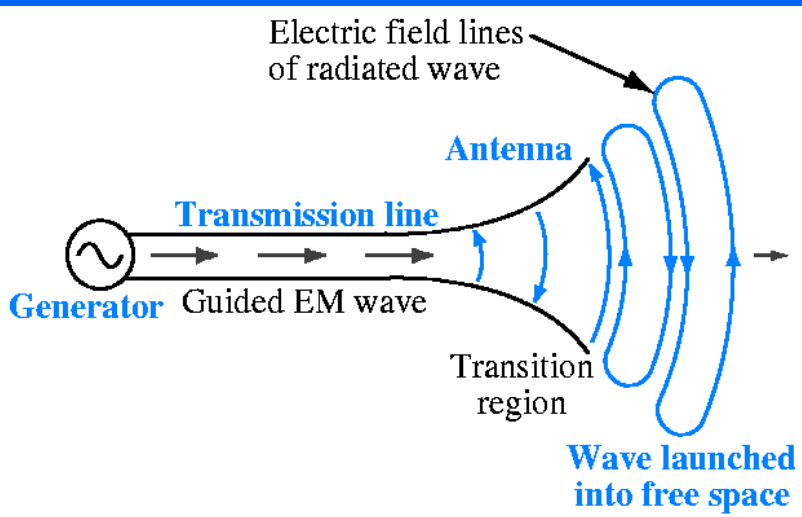


(a) Transmission mode

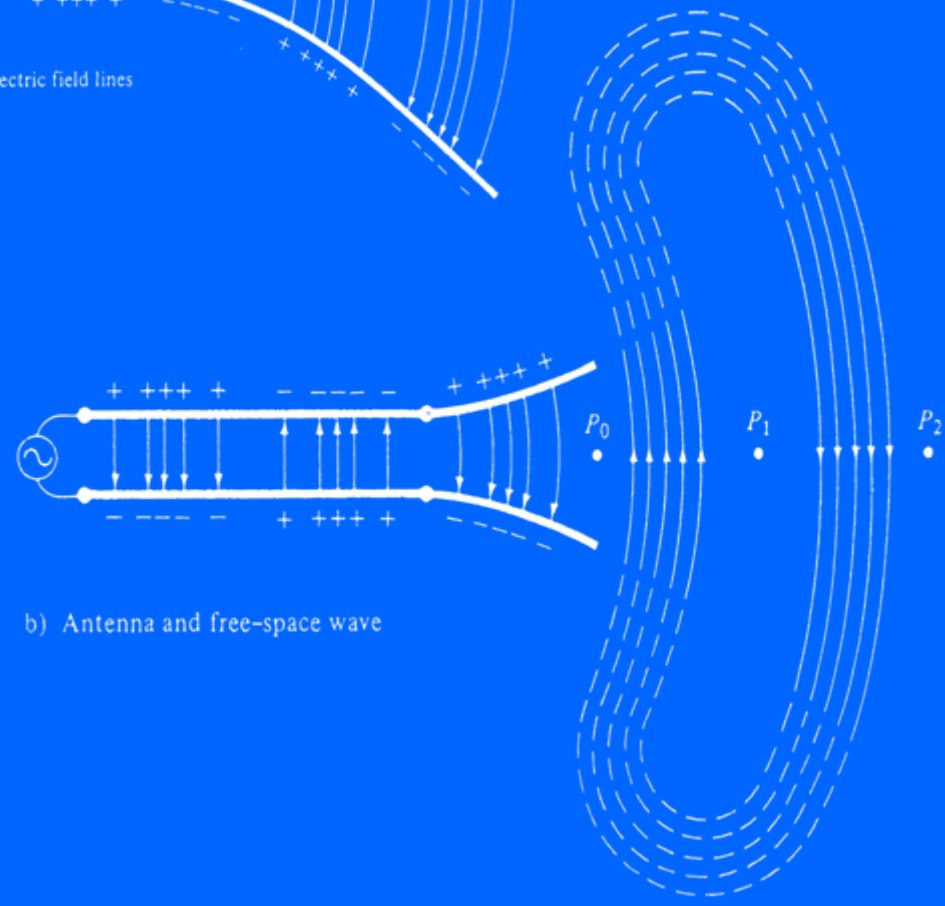


(b) Reception mode

Meccanismo d'irradiazione

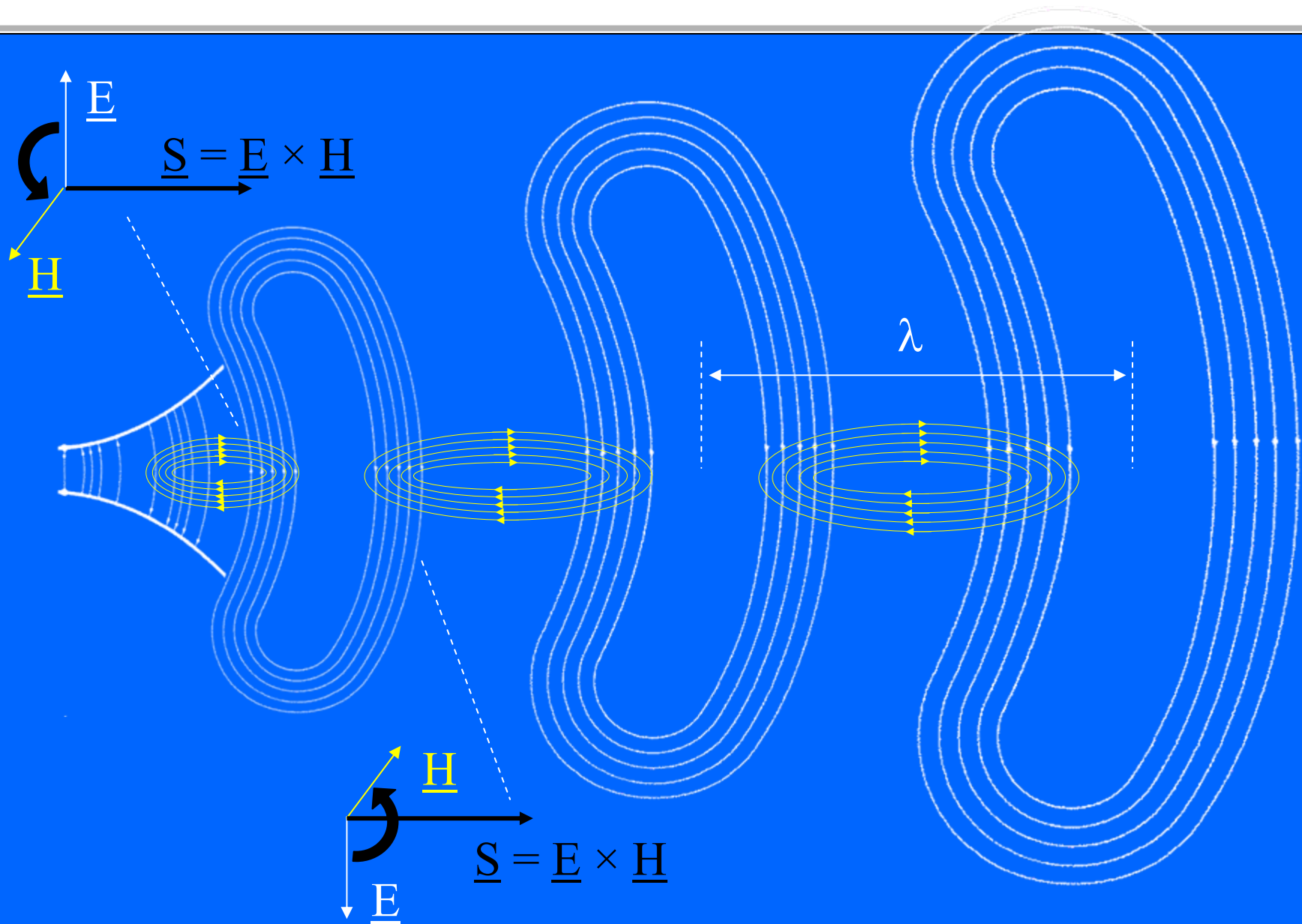


a) Antenna and electric field lines



b) Antenna and free-space wave

Propagazione dell'onda



Tipici utilizzi di un'antenna

- Come elemento ricevente e/o trasmittente in un **collegamento radio** (antenne degli impianti di radio e tele-diffusione, antenne riceventi televisive, antenne per stazioni radio base di telefonia cellulare, antenne dei telefoni cellulari, antenne satellitari)
- Come elemento ricevente e/o trasmittente in applicazioni di **telerilevamento**
- Come elemento captante per la **misura dei livelli di campo** elettromagnetico ambientale (sistemi di misura del campo a banda larga e a banda stretta)
- Come elemento ricevente e/o trasmittente in **applicazioni di diagnostica medica** (Risonanza Magnetica Nucleare, imaging a microonde etc)
- Come applicatore radiante per **terapie** (ipertermia, ablazione a microonde)

Classificazione delle antenne

Ci sono diverse possibilità.....

- **Forma:**

- a filo (dipolo...);
- ad apertura (trombe...);
- stampate (microstriscia...);

- **Guadagno:**

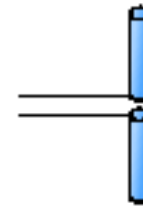
- alto (paraboloidi...);
- medio (a tromba....);
- basso (dipolo, microstriscia...);

- **Forma del fascio:**

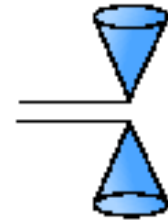
- omnidirezionali (dipolo...);
- a pennello (paraboloidi...);
- a ventaglio (schiere...);

- **Larghezza di banda:**

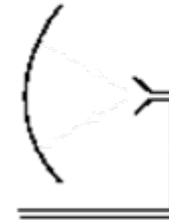
- banda larga (spirale, eliche...);
- banda stretta (microstrisce, slot...)



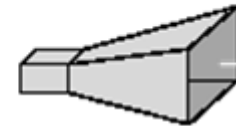
(a) Thin dipole



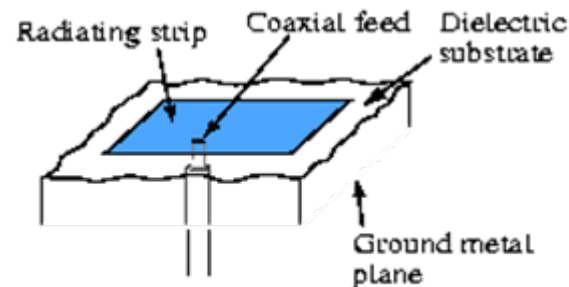
(b) Biconical dipole



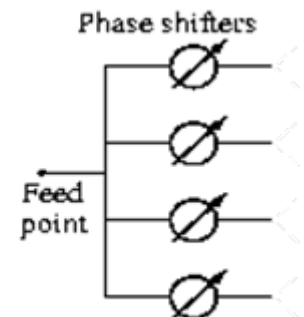
(f) Parabolic dish reflector



(g) Horn



(h) Microstrip



(i) Antenna array

Calcolo del campo em generato da un'antenna

Si ottiene risolvendo *l'equazione di Helmholtz non omogenea* nel potenziale vettore $\underline{A}$

$$\nabla^2 \underline{A} + k^2 \underline{A} = -\underline{J}_i$$

dove $\underline{J}_i$ rappresenta la sorgente (correnti sull'antenna).

Ricavato $\underline{A}$, si ha per $\underline{E}$ e $\underline{H}$

$$\underline{E} = -j \omega \mu \underline{A} + \frac{\nabla \nabla \cdot \underline{A}}{j \omega \epsilon_c} = -j \omega \mu \left(\underline{A} + \frac{\nabla \nabla \cdot \underline{A}}{k^2} \right)$$

$$\underline{H} = \nabla \times \underline{A}$$

Derivazione equazione di Helmholtz (1/2)

- Equazioni di Maxwell in un mezzo lineare stazionario isotropo omogeneo non dispersivo nel tempo e nello spazio con correnti impresse (sorgenti)

$$\nabla \times \underline{E} = -j \omega \mu \underline{H} - \underline{J}_{mi}$$

$$\nabla \times \underline{H} = j \omega \varepsilon_c \underline{E} + \underline{J}_i$$

- Considerando il caso di presenza delle sole correnti elettriche impresse ($\underline{J}_{mi}=0$), seguendo la divergenza della prima di Maxwell (la divergenza di un rotore è sempre nulla...)

$$\nabla \cdot \underline{H} = 0$$

- Il campo $\underline{H}$ è quindi solenoidale e si può porre $\underline{H} = \nabla \times \underline{A}$

- Sostituendo l'espressione di $\underline{H}$ nella prima di Maxwell

$$\nabla \times \underline{E} = -j \omega \mu \nabla \times \underline{A} \quad \Rightarrow \quad \nabla \times (\underline{E} + j \omega \mu \underline{A}) = 0$$

- Il vettore tra parentesi è dunque irrotazionale e si può porre (il rotore del gradiente di una funzione scalare è sempre nullo)

$$\underline{E} + j \omega \mu \underline{A} = -\nabla V \quad \Rightarrow \quad \underline{E} = -j \omega \mu \underline{A} - \nabla V$$

Derivazione equazione di Helmholtz (2/2)

- Introducendo le espressioni per $\underline{E}$ e $\underline{H}$ nella seconda di Maxwell

$$\nabla \times \nabla \times \underline{A} = j \omega \varepsilon_c (-j \omega \mu \underline{A} - \nabla V) + \underline{J}_i$$

- Da cui si ottiene

$$\nabla \nabla \cdot \underline{A} - \nabla^2 \underline{A} = k^2 \underline{A} - j \omega \varepsilon_c \nabla V + \underline{J}_i$$

- Se $\underline{A}$ e V soddisfano la condizione di Lorenz

$$\nabla \cdot \underline{A} = -j \omega \varepsilon_c V \quad \Rightarrow \quad V = -\frac{\nabla \cdot \underline{A}}{j \omega \varepsilon_c}$$

- Si arriva all'*equazione di Helmholtz non omogenea* nel potenziale vettore $\underline{A}$

$$\nabla^2 \underline{A} + k^2 \underline{A} = -\underline{J}_i$$

- Ricavato $\underline{A}$, si ha per $\underline{E}$ e $\underline{H}$

$$\underline{E} = -j \omega \mu \underline{A} + \frac{\nabla \nabla \cdot \underline{A}}{j \omega \varepsilon_c} = -j \omega \mu \left(\underline{A} + \frac{\nabla \nabla \cdot \underline{A}}{k^2} \right)$$

$$\underline{H} = \nabla \times \underline{A}$$

Soluzione del problema di radiazione

- Proiettando l'equazione sui tre assi cartesiani x_1, x_2, x_3 (x, y, z)

$$\nabla^2 A_s + k^2 A_s = -J_{is} \quad (s = 1, 2, 3)$$

- Ogni componente cartesiana di $\underline{A}$ deve soddisfare separatamente un'equazione differenziale di Helmholtz non omogenea scalare
- Se anche le condizioni al contorno si possono separare per le tre componenti cartesiane, il problema complessivo da vettoriale diventa scalare.
- Le condizioni al contorno utilizzate, nel caso di una distribuzione di sorgenti contenute in un volume τ limitato, sono le condizioni di radiazione o di Sommerfeld: La prima condizione impone che il potenziale vada a zero all'infinito almeno come $1/r$; La seconda condizione impone che l'onda all'infinito abbia le caratteristiche di un'onda sferica che si propaga radialmente allontanandosi dalle sorgenti

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (r |A_s|) = \ell \quad (s = 1, 2, 3)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left[r \left(\frac{\partial A_s}{\partial r} + j k A_s \right) \right] = 0 \quad (s = 1, 2, 3)$$

Se le correnti irradiano in spazio libero il problema è scalarizzabile

Funzione di Green per lo spazio uniforme (1/2)

- La funzione di Green è il potenziale prodotto nello spazio uniforme da un impulso spaziale di corrente. Quindi deve soddisfare

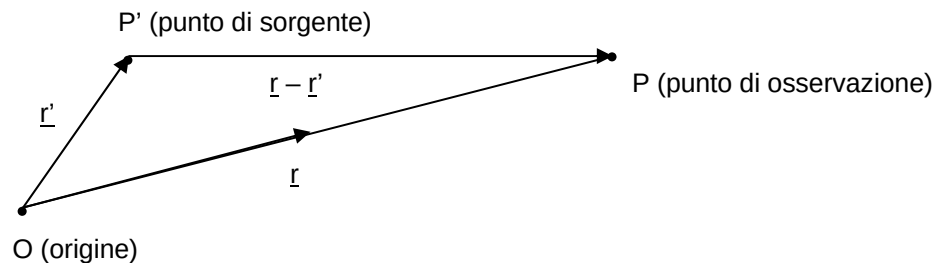
$$-(\nabla^2 + k^2)G(\underline{r}, \underline{r}') = \delta(\underline{r} - \underline{r}')$$

- Facendo coincidere il punto di sorgente con l'origine ($\underline{r}' = 0$)

$$-(\nabla^2 + k^2)G(\underline{r}) = \delta(\underline{r})$$

- Assumendo un sistema di coordinate sferiche e sfruttando la simmetria sferica dello spazio uniforme e della sorgente

$$\frac{\partial G}{\partial \theta} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial G}{\partial \varphi} = 0 \quad ; \quad G(\underline{r}) = G(r)$$



Funzione di Green per lo spazio uniforme (2/2)

- Esprimendo l'operatore ∇^2 in coordinate sferiche

$$-\left\{ \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[r^2 \frac{dG(r)}{dr} \right] + k^2 G(r) \right\} = \delta(r)$$

- Cercando la soluzione per $r \neq 0$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[r^2 \frac{dG(r)}{dr} \right] + k^2 G(r) = 0 \Rightarrow \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[r^2 \frac{dG(r)}{dr} \right] + k^2 r G(r) = 0$$

- Risolvendo le precedenti con le condizioni di Sommerfield si ottiene

$$G(r) = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r}$$

- Se la sorgente non è posizionata nell'origine basterà sostituire r con $|\underline{r} - \underline{r}'|$, ottenendo la [funzione di Green per lo spazio libero](#)

Come si ricava il potenziale vettore?

- La conoscenza della funzione di Green per lo spazio libero permette di ricavare il potenziale vettore prodotto da un'assegnata distribuzione di correnti elettriche impresse nello spazio libero

$$A_s(\underline{r}) = \int_{\tau} J_{is}(\underline{r}') G(\underline{r}, \underline{r}') d\tau' = \int_{\tau} J_{is}(\underline{r}') \frac{e^{-jk|\underline{r}-\underline{r}'|}}{4\pi|\underline{r}-\underline{r}'|} d\tau'$$

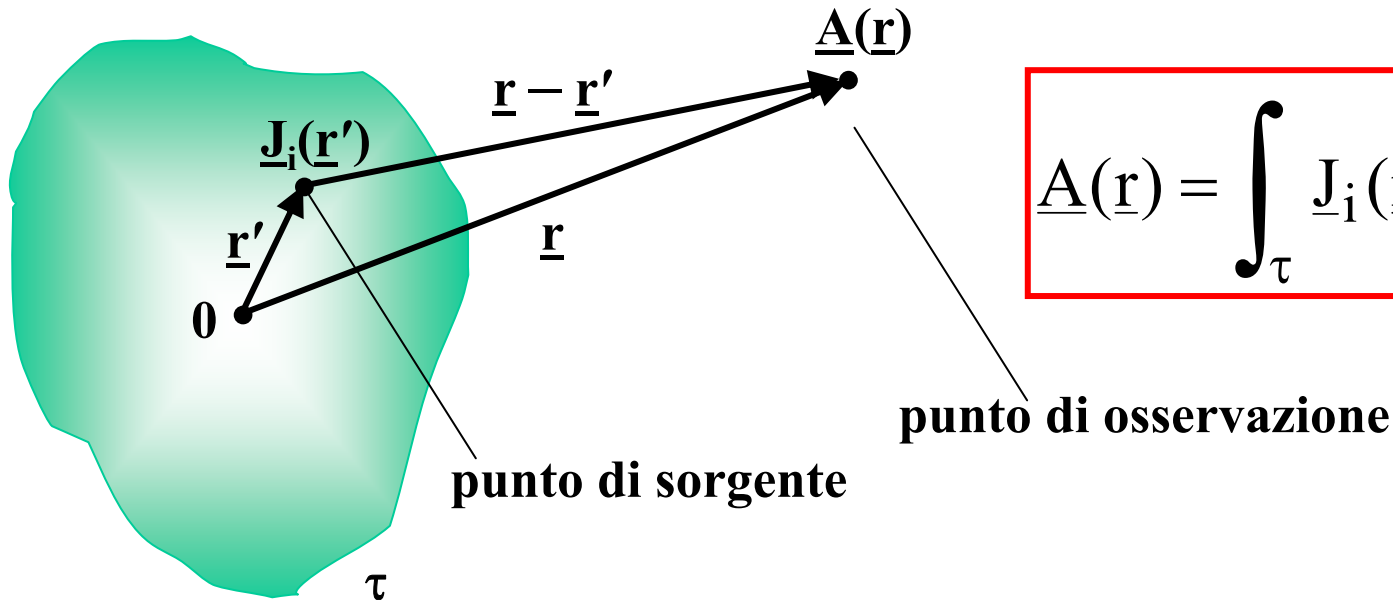
- L'integrale va esteso a tutto lo spazio, ovvero al solo volume occupato dalle sorgenti
- Moltiplicando per il versore coordinato $\underline{x}_{0s}$ e sommando per s da 1 a 3

$$\underline{A}(\underline{r}) = \int_{\tau} \underline{J}_i(\underline{r}') \frac{e^{-jk|\underline{r}-\underline{r}'|}}{4\pi|\underline{r}-\underline{r}'|} d\tau'$$

- La precedente è la soluzione dell'equazione di Helmholtz vettoriale non omogenea per il potenziale vettore magnetico in presenza di una generica distribuzione di correnti elettriche impresse in un volume limitato

Soluzione con funzione di Green

Considerando una generica antenna, che sia schematizzabile per mezzo di una distribuzione di correnti elettriche impresse $\underline{J}_i(\underline{r}')$ che occupano un volume finito τ , il potenziale vettore magnetico da essa generato nello spazio libero si ricava utilizzando la **funzione di Green**

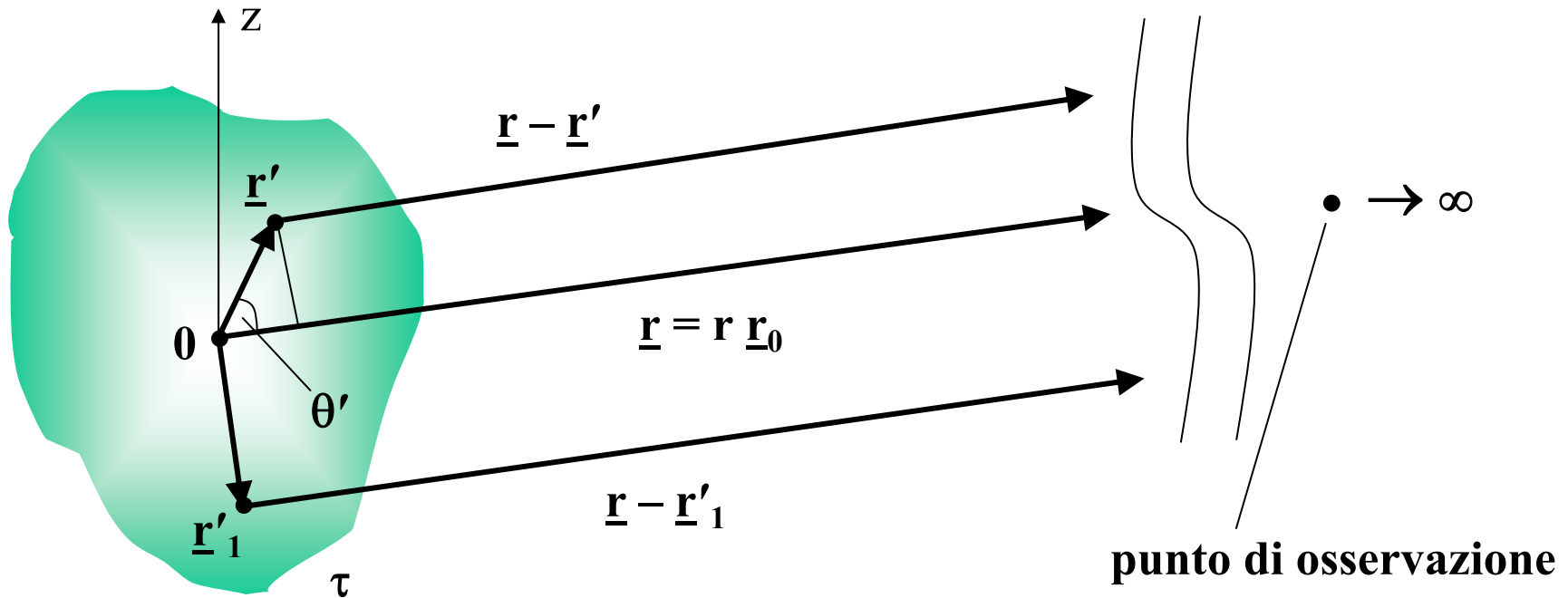


$$\underline{A}(\underline{r}) = \int_{\tau} \underline{J}_i(\underline{r}') \frac{e^{-j k |\underline{r} - \underline{r}'|}}{4 \pi |\underline{r} - \underline{r}'|} d\tau'$$

Anche per $\underline{J}_i(\underline{r}')$ semplici, la valutazione dell'integrale è resa complicata dalla presenza del termine $|\underline{r} - \underline{r}'|$ nel modulo e nella fase della funzione di Green

Approssimazioni sulla f.d.Green

Se il punto di osservazione $\underline{r} = (r, \theta, \varphi)$ è "sufficientemente" lontano dall'antenna (ovvero dal volume τ) i vettori $(\underline{r} - \underline{r}')$, relativi a tutti i possibili punti di sorgente $\underline{r}'$, si possono considerare paralleli tra loro



Approssimazione sulla fase: $R = |\underline{r} - \underline{r}'| \Rightarrow R \cong r - r' \cos \theta' = r - \underline{r}' \cdot \underline{r}_0$

Approssimazione sul modulo: $R = |\underline{r} - \underline{r}'| \Rightarrow R \cong r$

Approssimazioni sulla fase della f.d.G.: Fraunhofer e Fresnel

- Per capire quando la precedente approssimazione è valida sviluppiamo il termine $|\underline{r} - \underline{r}'|$

$$R = |\underline{r} - \underline{r}'| = \sqrt{(\underline{r} - \underline{r}') \cdot (\underline{r} - \underline{r}')} = \sqrt{r^2 - 2 \underline{r} \cdot \underline{r}' + r'^2} = r \sqrt{1 - 2 \frac{r' \cos \theta'}{r} + \left(\frac{r'}{r}\right)^2}$$

- Sviluppando la radice quadrata con la serie di Taylor nell'intorno di $r' = 0$ (arrestata al secondo ordine) ed eliminando i termini di ordine superiore al secondo (hp: $r \gg r'$)

$$\sqrt{1+x} \underset{x \rightarrow 0}{\cong} 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} \Rightarrow R \cong (r - r' \cos \theta') + \frac{r'^2}{2r} (1 - \cos^2 \theta')$$

- R risulta dato dalla somma di due contributi (del primo e secondo ordine)
 - il primo (equivalente a quello ricavato in precedenza con l'approssimazione geometrica) è il contributo di **Fraunhofer**: esso predomina a "grande" distanza
 - il secondo è il contributo di **Fresnel**: esso corregge il termine di Fraunhofer per distanze piccole (ma non troppo!!!)

Validità dell'approssimazione di Fraunhofer

- Sostituendo la precedente espressione per R nella fase della funzione di Green

$$G = \frac{e^{-j k R}}{4 \pi R} \cong \frac{e^{-j k [(r - \underline{r}' \cdot \underline{r}_0) + (1 - \cos^2 \theta') r'^2 / (2 r)]}}{4 \pi R}$$

- Il termine di Fresnel introduce una correzione di fase $\Delta\varphi$.
Detto D il diametro dell'antenna (massima distanza fra due punti appartenenti all'antenna)

$$\Delta\varphi = k \frac{r'^2}{2 r} (1 - \cos^2 \theta') \Rightarrow |\Delta\varphi| \leq k \frac{r'^2}{2 r} \leq k \frac{(D/2)^2}{2 r} = k \frac{D^2}{8 r}$$

- Generalmente si ritiene valida l'approssimazione di Fraunhofer quando la correzione di fase di Fresnel è inferiore a $\pi/8$

$$|\Delta\varphi| \leq \frac{\pi}{8} \Rightarrow \frac{2 \pi D^2}{\lambda 8 r} \leq \frac{\pi}{8} \Rightarrow r \geq \frac{2 D^2}{\lambda}$$

- La distanza a partire dalla quale si può usare l'approssimazione di Fraunhofer è dunque

$$r_F = \frac{2 D^2}{\lambda}$$

Approssimazioni sul modulo della f.d.G.

Il termine $R = |\underline{r} - \underline{r}'|$ compare anche nel modulo della funzione di Green

- Nel caso del modulo è in genere sufficiente un'approssimazione di ordine 0 (ovvero $R \cong r$)
- Per vedere da che distanza ciò è valido sviluppiamo il modulo in serie di Taylor nell'intorno di $r' = 0$ (arrestata al primo ordine)

$$|G| = \frac{1}{4 \pi R} \cong \frac{1}{4 \pi r - r' \cos \theta'} = \frac{1}{4 \pi r} \frac{1}{1 - \frac{r'}{r} \cos \theta'}$$

$$\frac{1}{1-x} \underset{x \rightarrow 0}{\cong} 1+x \Rightarrow |G| \cong \frac{1}{4 \pi r} \left(1 + \frac{r'}{r} \cos \theta' \right)$$

Se $r \gg D$ ($\Rightarrow r \gg r'$ - condizione richiesta anche per l'approssimazione di Fresnel) è possibile utilizzare l'approssimazione di ordine zero per il modulo della funzione di Green

Espressione del campo elettromagnetico nella regione di Fraunhofer

- Sostituendo nell'espressione del potenziale vettore magnetico le precedenti approssimazioni su R nella regione di Fraunhofer

$$\underline{A}(\underline{r}) = \int_{\tau} \underline{J}_i(\underline{r}') \frac{e^{-j k |\underline{r} - \underline{r}'|}}{4 \pi |\underline{r} - \underline{r}'|} d\tau' \cong \int_{\tau} \underline{J}_i(\underline{r}') \frac{e^{-j k (r - \underline{r}' \cdot \underline{r}_0)}}{4 \pi r} d\tau' = \frac{e^{-j k r}}{4 \pi r} \int_{\tau} \underline{J}_i(\underline{r}') e^{j k \underline{r}' \cdot \underline{r}_0} d\tau'$$

- Chiamando $\underline{N}(\theta, \varphi)$ il risultato dell'integrale (indipendente da r)

$$\underline{N}(\theta, \varphi) = N_r(\theta, \varphi) \underline{r}_0 + N_{\theta}(\theta, \varphi) \underline{\theta}_0 + N_{\varphi}(\theta, \varphi) \underline{\varphi}_0 = \int_{\tau} \underline{J}_i(\underline{r}') e^{j k \underline{r}' \cdot \underline{r}_0} d\tau'$$

- Utilizzando le espressioni per E e H, e trascurando i termini in $1/r$ di ordine superiore al primo (per $r \gg \lambda/2\pi$)

$$\underline{E}(r, \theta, \varphi) = -j \omega \mu \left[\underline{A}(\underline{r}) + \frac{\nabla \nabla \cdot \underline{A}(\underline{r})}{k^2} \right] \cong -j k \zeta \frac{e^{-j k r}}{4 \pi r} \left[N_{\theta}(\theta, \varphi) \underline{\theta}_0 + N_{\varphi}(\theta, \varphi) \underline{\varphi}_0 \right]$$

$$\underline{H}(r, \theta, \varphi) = \nabla \times \underline{A}(\underline{r}) \cong -j k \frac{e^{-j k r}}{4 \pi r} \left[-N_{\varphi}(\theta, \varphi) \underline{\theta}_0 + N_{\theta}(\theta, \varphi) \underline{\varphi}_0 \right]$$

Campo vicino e campo lontano di una generica antenna

Sulla base delle precedenti osservazioni si divide la zona di spazio intorno all'antenna in tre regioni



zona di campo vicino reattivo

$$\begin{aligned} r &\gg \lambda \\ r &\gg D \end{aligned}$$

$$r > \frac{2 D^2}{\lambda}$$

zona di campo lontano radiativo
(Fraunhofer)

$$\begin{aligned} r &\gg \lambda \\ r &\gg D \end{aligned}$$

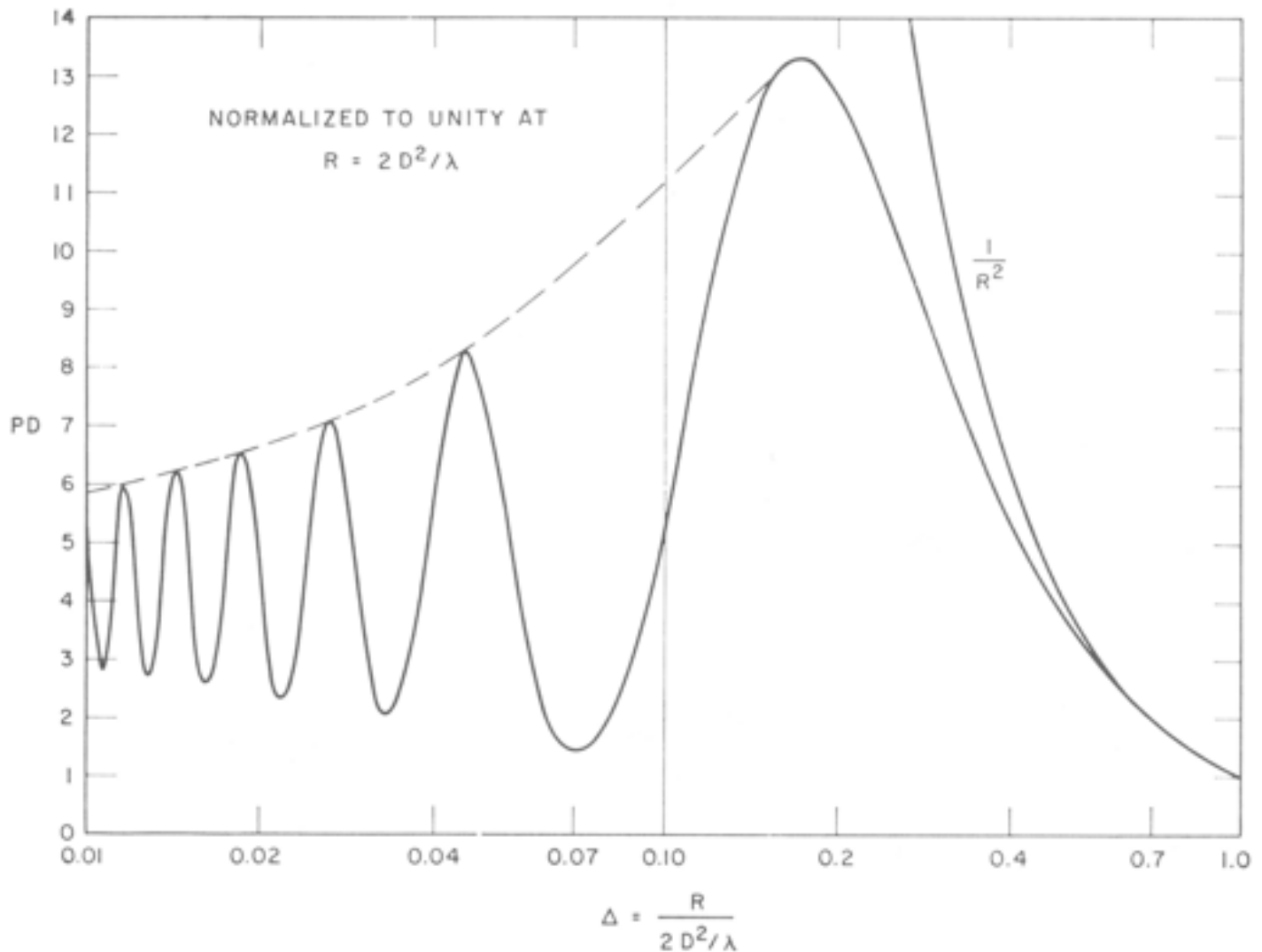
Caratteristiche del campo nella zona di campo vicino reattivo

- La zona di campo vicino reattivo è la più vicina all'antenna e si estende fino a distanze dall'antenna pari a qualche lunghezza d'onda
- Dominano i termini quasi-statici di campo elettrico e di campo magnetico (andamento proporzionale a r^{-3} e r^{-2})
- È la zona in cui l'antenna "immagazzina" energia elettrica e magnetica che viene scambiata, sotto forma di potenza reattiva, con il generatore che la alimenta
- Il campo elettrico e il campo magnetico non sono correlati tra di loro a mezzo dell'impedenza caratteristica ζ
- La presenza di un corpo estraneo altererebbe fortemente le caratteristiche dell'antenna a causa del forte accoppiamento

Caratteristiche del campo nella zona di campo vicino radiativo

- La zona di campo vicino radiativo parte da distanze dall'antenna pari a qualche lunghezza d'onda e comunque sufficientemente più grandi del diametro dell'antenna e si estende fino alla distanza di Fraunhofer
- Per antenne poco estese ($D < \lambda$) questa zona non esiste (si passa direttamente da campo vicino reattivo a campo lontano radiativo, come nel caso del dipolo hertziano)
- I contributi quasi-statici dovuti ai campi reattivi sono oramai trascurabili
- Il campo elettrico e il campo magnetico sono abbastanza correlati tra di loro a mezzo dell'impedenza caratteristica ζ
- Il campo presenta fluttuazioni spaziali dovute alle interferenze di fase tra i contributi di campo provenienti dalle diverse zone dell'antenna

Tipico andamento del campo nella zona di campo vicino radiativo



Caratteristiche del campo nella zona di campo lontano radiativo

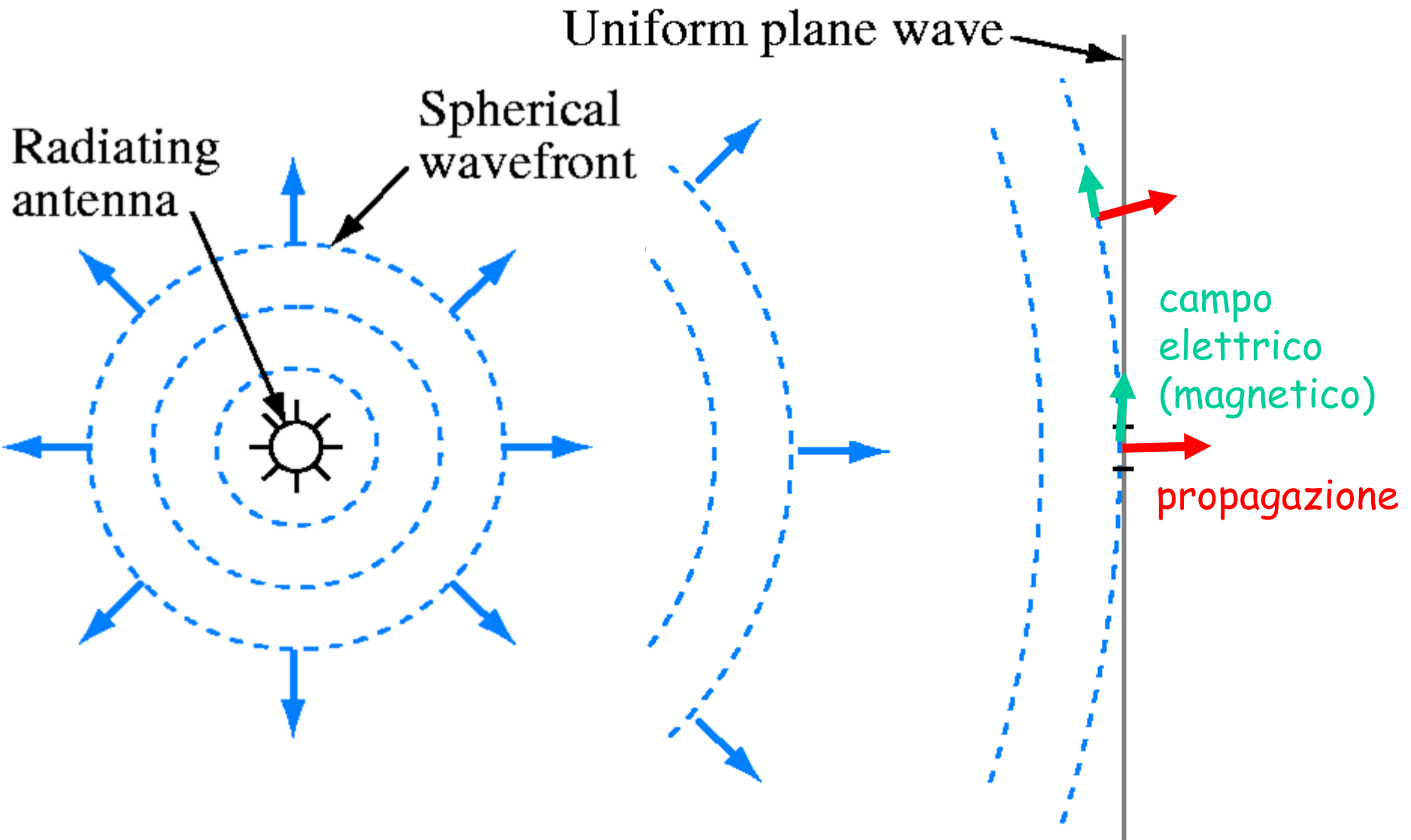
- La zona di campo lontano radiativo parte dalla distanza di Fraunhofer, e comunque per distanze superiori a qualche λ , e si estende fino all'infinito
- Il campo elettromagnetico ha le caratteristiche di un'onda sferica non uniforme
- La distribuzione angolare (sull'angolo solido) e la polarizzazione del campo elettrico sono indipendenti dalla distanza e sono date da

$$\underline{N}_{\perp}(\theta, \varphi) = N_{\theta}(\theta, \varphi) \underline{\theta}_0 + N_{\varphi}(\theta, \varphi) \underline{\varphi}_0$$

- Il campo elettrico e il campo magnetico sono correlati tra di loro a mezzo dell'impedenza caratteristica ζ
- Il campo decresce con la distanza dall'antenna proporzionalmente a $1/r$
- La densità di potenza decresce con la distanza dall'antenna in maniera proporzionale a $1/r^2$ ed è data da

$$S(r, \theta, \varphi) = \frac{|\underline{E}(r, \theta, \varphi)|^2}{2 \zeta} = \frac{|\underline{E}_{\text{rms}}(r, \theta, \varphi)|^2}{\zeta} \propto \frac{|N_{\theta}(\theta, \varphi)|^2 + |N_{\varphi}(\theta, \varphi)|^2}{r^2}$$

Onda localmente piana



Parametri d'antenna

I parametri che definiscono un'antenna sono:

- diagramma di radiazione;
- apertura a -3 dB;
- direttività;
- guadagno;
- efficienza;
- polarizzazione;
- impedenza di ingresso;
- larghezza di banda;
- area efficace.



Proprietà in campo lontano

- Campo lontano:

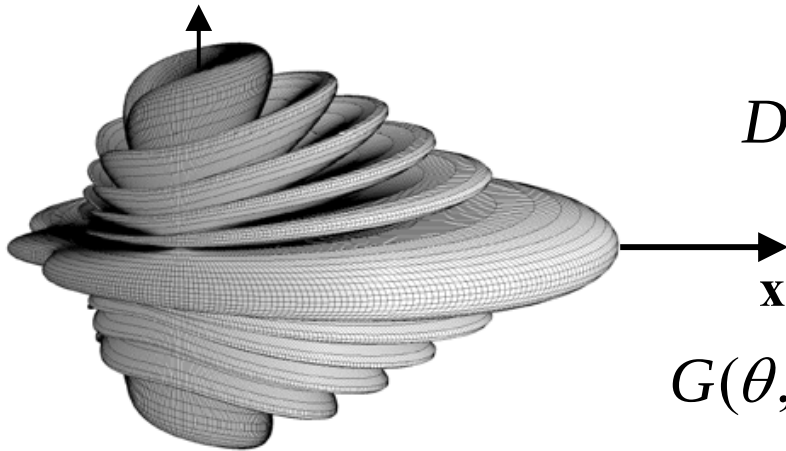
$$\begin{array}{l} r \gg \lambda \\ r \gg D \end{array}$$

$$r > \frac{2 D^2}{\lambda}$$

$$\underline{E}(r, \theta, \varphi) = -j k \zeta \frac{e^{-j k r}}{4 \pi r} \left[N_{\theta}(\theta, \varphi) \underline{\theta}_0 + N_{\varphi}(\theta, \varphi) \underline{\varphi}_0 \right] = -j k \zeta \frac{e^{-j k r}}{4 \pi r} \underline{N}_{\perp}(\theta, \varphi)$$

il modulo definisce le proprietà di radiazione dell'antenna: (diagramma di radiazione, guadagno,...)

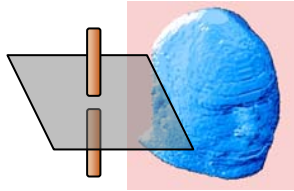
il vettore definisce la polarizzazione del campo (lineare.....)



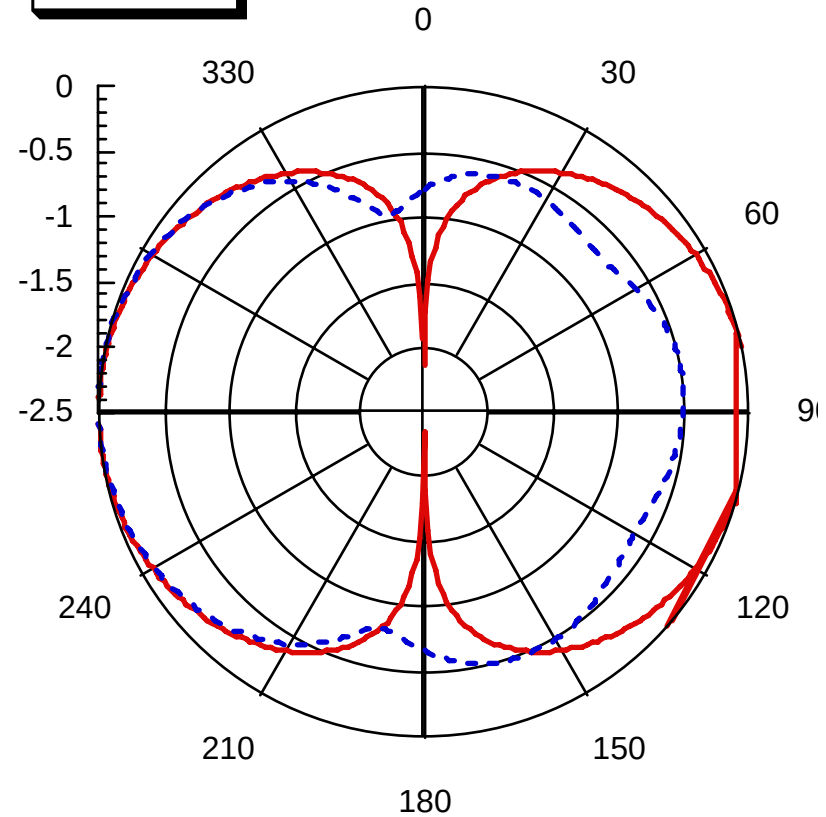
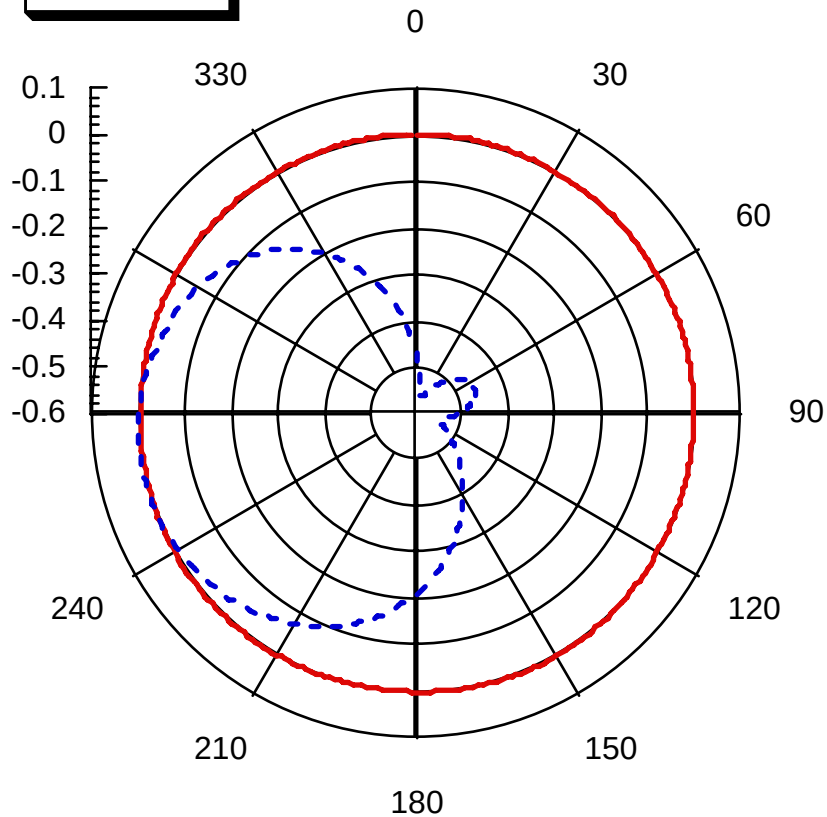
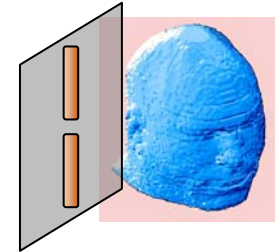
$$D(\theta, \varphi) = \text{direttività} \propto |\underline{N}_{\perp}(\theta, \varphi)|^2$$

$$G(\theta, \varphi) = \text{guadagno} = \text{efficienza} \times D(\theta, \varphi)$$

D.d.r. con presenza "oggetto" nel campo vicino



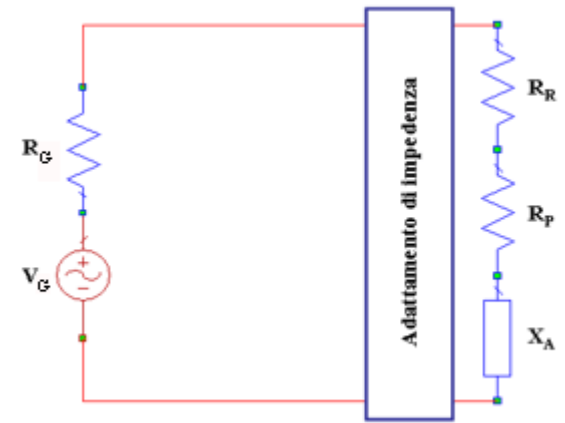
Dipolo verticale + "Visible Human"
F = 900 MHz



Impedenza d'antenna e adattamento al generatore

- L'antenna viene alimentata connettendola ad un generatore dotato di impedenza interna Z_G (di solito pari a $R_0 = 50 \Omega$) tramite una struttura guidante
- L'antenna viene vista dal generatore come un'impedenza di carico Z_A , composta dalla serie di tre termini

- **resistenza di radiazione** R_R
(tiene conto della potenza irradiata)
- **resistenza di perdita** R_p
(tiene conto delle dissipazioni nell'antenna)
- reattanza d'antenna X_A
(tiene conto della potenza reattiva scambiata)



- Per garantire il massimo trasferimento di potenza tra antenna e generatore occorre realizzare la condizione di adattamento coniugato ($Z_A = Z_G^*$)
- Occorre dunque generalmente che l'antenna abbia impedenza pari a 50Ω
- Poiché ciò non è in genere vero, si interpone un'opportuna rete di adattamento tra generatore ed antenna
- La **larghezza di banda** di un'antenna è definita come quell'intervallo di frequenze all'interno delle quali le prestazioni dell'antenna (riferite a una determinata caratteristica) si mantengono entro un determinato standard.

Antenne come elemento ricevente

- Tutti i parametri finora descritti caratterizzano un'antenna pensata come elemento che irradia il campo nello spazio
- Le antenne, tuttavia, sono degli elementi **reciproci** che possono essere utilizzati anche per captare parte della densità di potenza trasportata da un'onda elettromagnetica (parte ricevente di un collegamento radio)
- L'antenna viene vista dal circuito ricevente come un generatore di segnale con una propria impedenza interna Z_A

