

# Capitolo 10

## Amplificatori a microonde

### 10.1 Introduzione

In questo capitolo verranno esposti alcuni criteri per il progetto di amplificatori a microonde utilizzando componenti attivi allo stato solido. Preliminarmente sono analizzati i parametri che caratterizzano gli amplificatori; lo studio prosegue con la descrizione del dimensionamento di alcuni tipici amplificatori per piccoli segnali a singolo stadio e a banda stretta e con la descrizione dell'amplificatore distribuito a banda larga.

### 10.2 Amplificatori a stato solido

Un segnale a microonde può essere amplificato utilizzando tubi a vuoto o dispositivi allo stato solido. I tubi a vuoto, quali i klystron e i tubi ad onda progressiva (Travelling Wave Tube - TWT), sono in grado di erogare potenze in onda continua (CW) fino a circa  $10^6$  W ad 1 GHz (\*), mentre i dispositivi allo stato solido vengono utilizzati, alla stessa frequenza ed in classe A, per potenze dell'ordine delle centinaia di Watt ( $Pf^2 = 5 \times 10^3$  W·GHz<sup>2</sup> – limite teorico per MESFET (\*\*)). Tuttavia mentre i tubi a vuoto sono pesanti, ingombranti e richiedono elevate tensioni di alimentazione, i dispositivi a stato solido lavorano con tensioni di alimentazione più basse (1 - 15 V) e hanno il grande vantaggio di essere compatti, leggeri ed affidabili.

I componenti attivi utilizzati negli amplificatori allo stato solido sono generalmente di due tipi:

- componenti a due terminali, (Gunn, Impatt)
- componenti a tre terminali, (BJT, MESFET, HEMT, HBT)

Gli amplificatori che utilizzano componenti del primo tipo vengono detti a "riflessione" o a "resistenza negativa", mentre, gli amplificatori del secondo tipo vengono detti a "trasmissione".

---

(\*) E.A. Wolff, R. Kaul, Microwave engineering and systems applications, John Wiley & Son, 1989.

(\*\*) G.D. Vendelin, A.M. Pavio, U.L. Rohde, Microwave circuit design using linear and nonlinear techniques, John Wiley & Son, 1989.

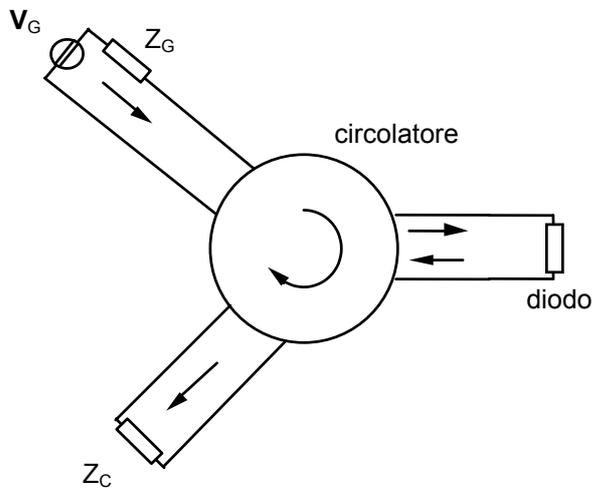


Fig. 10.1

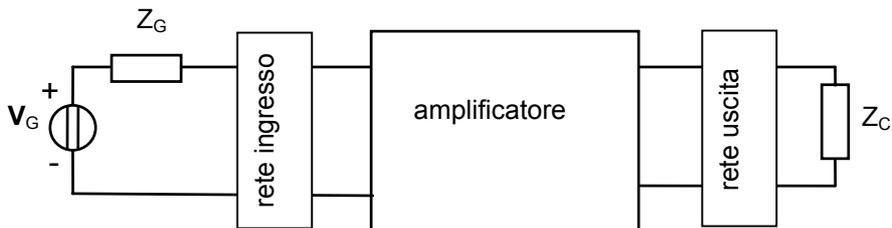


Fig. 10.2

In un amplificatore a riflessione (Fig. 10.1) il segnale del generatore arriva sul diodo (resistenza negativa) ma, per le proprietà del circolatore, non si trasferisce verso il carico. Il segnale, riflesso ed amplificato dal diodo, arriva sul carico senza interferire con il generatore.

Negli amplificatori a trasmissione (Fig. 10.2) si aggiungono al transistor delle reti in ingresso ed in uscita per ottenere il comportamento desiderato (elevato guadagno, basso rumore, etc.).

Nel seguito l'analisi sarà limitata agli amplificatori a trasmissione; dopo aver introdotto i parametri che si utilizzano per caratterizzare e progettare questi amplificatori (stabilità, guadagno, fattore di rumore, etc.) (v. anche cap. 4, Vol. 2), si svilupperà il progetto di alcuni tipici amplificatori a singolo stadio di bassa potenza e a banda stretta. Il capitolo si chiude con la descrizione dell'amplificatore distribuito in grado di operare su un ampio intervallo di frequenze.

### 10.3 Stabilità

Un transistor può comportarsi come un oscillatore qualora si aggiunga ad esso un anello di retroazione (feedback). Tuttavia, feedback interni associati agli elementi parassiti possono portare ad oscillare un transistor anche non retroazionato (v. par. 4.4, Vol. 2). Nel seguito verranno esposti alcuni criteri per valutare la stabilità di un transistor a microonde basati sulle circonferenze di stabilità, sul fattore di Rollet, e sul criterio di Nyquist.

#### 10.3.a Valutazione della stabilità in base alle circonferenze di stabilità

La stabilità di un transistor a microonde può essere analizzata utilizzando lo schema di Fig. 10.3, in cui il dispositivo attivo viene rappresentato attraverso la matrice [S]. In particolare in Fig. 10.3 si considera una tipica configurazione finale dell'amplificatore in cui al transistor sono state aggiunte reti di adattamento reattive in ingresso ed in uscita (reactive matching).

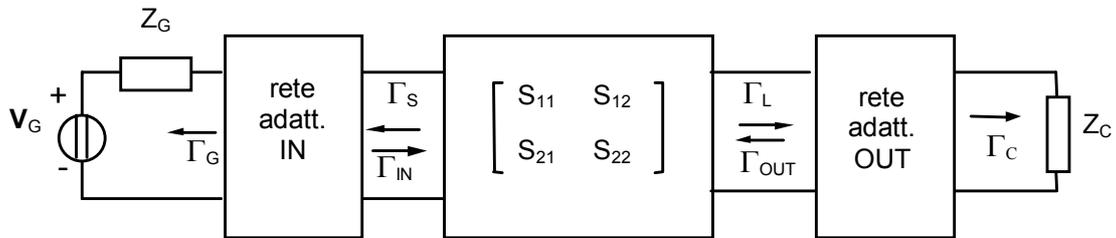


Fig. 10.3

Per studiare la stabilità del transistor si può inizialmente vedere l'effetto del carico sul coefficiente di riflessione in ingresso al transistor ( $\Gamma_{IN}$ ) e, dualmente, l'effetto della sorgente sul coefficiente di riflessione in uscita ( $\Gamma_{OUT}$ ). I citati coefficienti di riflessione sono esprimibili come:

$$\Gamma_{IN} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \quad (10.1)$$

$$\Gamma_{OUT} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} \quad (10.2)$$

Affinché l'amplificatore risulti stabile deve aversi, a tutte le frequenze d'uso:

$$|\Gamma_{IN}| < 1 \quad (10.3)$$

$$|\Gamma_{OUT}| < 1 \quad (10.4)$$

Infatti, con riferimento alla Fig. 10.3, se il modulo del coefficiente di riflessione in ingresso fosse maggiore dell'unità (impedenza con parte reale negativa) il dispositivo attivo rifletterebbe in ingresso più potenza di quanta ne abbia inviata il generatore indicando un evidente comportamento instabile<sup>(\*)</sup>.

La condizione limite tra stabilità ed instabilità è quindi individuata dalle curve corrispondenti a  $|\Gamma_{IN}| = 1$  e  $|\Gamma_{OUT}| = 1$  nei piani complessi  $\Gamma_L$  e  $\Gamma_S$ .

Con riferimento all'ingresso la condizione  $|\Gamma_{IN}| = 1$  si scrive:

$$\left| S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right| = 1 \quad (10.5)$$

Sviluppando la (10.5) si ottiene:

$$\left| \frac{S_{11}(1 - S_{22}\Gamma_L) + S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right| = \left| \frac{S_{11} - \Delta\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right| = 1 \quad (10.6)$$

dove  $\Delta$  è il determinante della matrice di scattering:

$$\Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21} \quad (10.7)$$

Le cose non cambiano se considero la condizione  $|\Gamma_{IN}|^2=1$  da cui segue:

$$\left| \frac{S_{11} - \Delta\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right|^2 = \frac{(S_{11} - \Delta\Gamma_L)(S_{11} - \Delta\Gamma_L)^*}{(1 - S_{22}\Gamma_L)(1 - S_{22}\Gamma_L)^*} = 1 \quad (10.8)$$

e quindi:

$$S_{11}S_{11}^* - S_{11}\Gamma_L^*\Delta^* - \Gamma_L\Delta S_{11}^* + \Gamma_L\Gamma_L^*\Delta\Delta^* = 1 - S_{22}^*\Gamma_L^* - \Gamma_L S_{22} + S_{22}S_{22}^*\Gamma_L\Gamma_L^* \quad (10.9)$$

$$\Gamma_L\Gamma_L^*(|\Delta|^2 - |S_{22}|^2) - \Gamma_L(\Delta S_{11}^* - S_{22}) - \Gamma_L^*(\Delta^* S_{11} - S_{22}^*) = 1 - |S_{11}|^2 \quad (10.10)$$

$$\Gamma_L\Gamma_L^* - \frac{\Gamma_L(\Delta S_{11}^* - S_{22})}{(|\Delta|^2 - |S_{22}|^2)} - \frac{\Gamma_L^*(\Delta^* S_{11} - S_{22}^*)}{(|\Delta|^2 - |S_{22}|^2)} = \frac{1 - |S_{11}|^2}{(|\Delta|^2 - |S_{22}|^2)} \quad (10.11)$$

---

(\*) Si noti che il criterio di stabilità basato sulle (10.3) e (10.4) è un criterio per l'analisi della stabilità che si applica ad un circuito già esistente.

Confrontando la (10.11) con l'equazione di una circonferenza nel piano complesso<sup>(\*)</sup> si vede che la (10.5) dà luogo a delle circonferenze nel piano complesso  $\Gamma_L$  (circonferenza di stabilità in uscita) aventi centro e raggio dati da:

$$w_L = \frac{S_{22}^* - \Delta^* S_{11}}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \quad (10.12)$$

$$r_L = \frac{|S_{12} S_{21}|}{\left| |S_{22}|^2 - |\Delta|^2 \right|} \quad (10.13)$$

Analogamente, partendo dalla  $|\Gamma_{OUT}| = 1$  si ottengono delle circonferenze nel piano  $\Gamma_S$  (circonferenze di stabilità in ingresso) di centro e raggio dati da:

$$w_S = \frac{S_{11}^* - \Delta^* S_{22}}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} \quad (10.14)$$

$$r_S = \frac{|S_{12} S_{21}|}{\left| |S_{11}|^2 - |\Delta|^2 \right|} \quad (10.15)$$

Una volta tracciate le circonferenze di stabilità occorre verificare se la regione stabile è quella all'interno o quella al di fuori delle circonferenze. Per fare questo conviene considerare l'origine del piano complesso; in questo punto la (10.3) diventa semplicemente  $|S_{11}| < 1$ , se questa condizione è verificata (come accade quasi sempre) la regione che comprende l'origine è quella stabile. Determinata la porzione di piano che garantisce la stabilità del transistor (cioè  $|\Gamma_{IN}| < 1$  e  $|\Gamma_{OUT}| < 1$ ) si può procedere alla sintesi della rete di adattamento, scegliendo valori di  $\Gamma_S$  e  $\Gamma_L$  che assicurano la stabilità.

Nella Fig. 10.4 vengono mostrate le circonferenze di stabilità nel piano  $\Gamma_S$  relative a tre generici transistor ad una determinata frequenza. Il primo (a) è incondizionatamente stabile infatti ogni carico fisicamente realizzabile, cioè all'interno della circonferenza di raggio unitario, dà luogo ad un amplificatore stabile. Il secondo (b) è condizionatamente stabile e la circonferenza di stabilità è all'interno di quella di raggio unitario, quindi esistono dei carichi fisicamente realizzabili che rendono l'amplificatore stabile ma per altri carichi questo non

---

(\*) Nel piano complesso ( $w = u + jv$ ) l'equazione

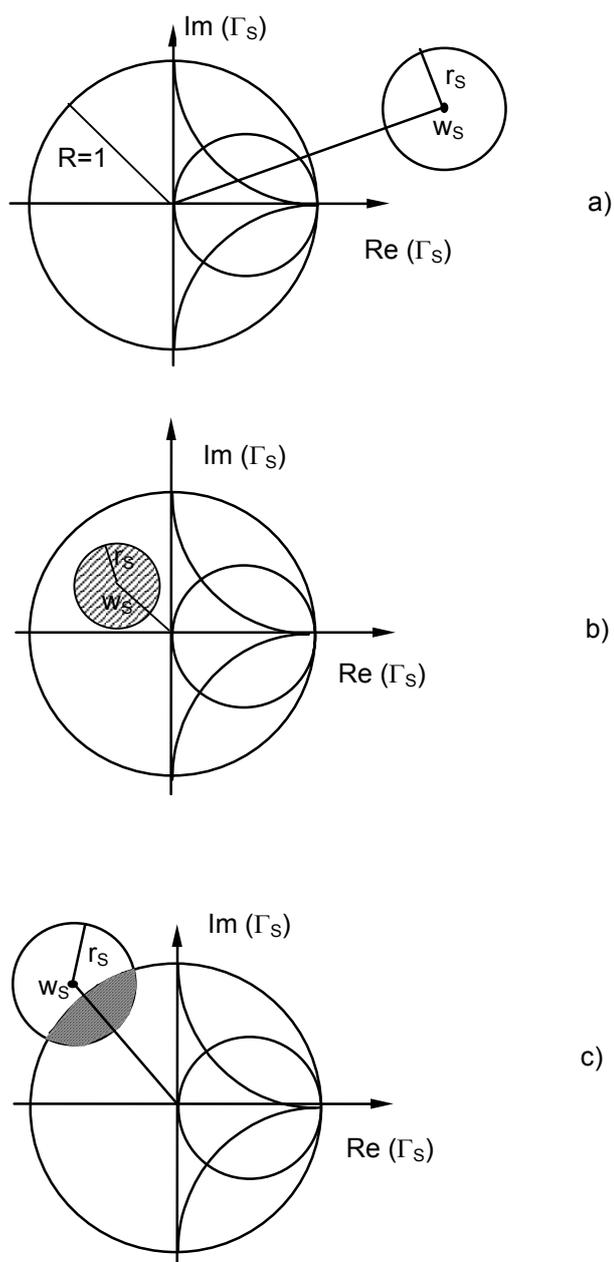
$$|w - w_0|^2 = r^2$$

rappresenta una circonferenza con centro in  $w_0 = u_0 + jv_0$  e raggio  $r$ . Sviluppando si ottiene l'equazione:

$$(w - w_0)(w - w_0)^* = r^2$$

e quindi:

$$ww^* - (w_0w^* + ww_0^*) + w_0w_0^* = r^2$$



**Fig. 10.4**

accade. Il terzo è condizionatamente stabile (c) e la circonferenza di stabilità interseca quella di raggio unitario.

Si deve notare che per un determinato transistor  $r_s$  e  $w_s$  variano con la frequenza e quindi al variare della frequenza lo stesso transistor può passare dalla situazione “a” a quella “b” o “c” e viceversa. Inoltre quanto detto nel piano  $\Gamma_s$  deve essere ripetuto per il piano  $\Gamma_L$  (\*).

(\*) Si noti che il criterio di stabilità basato sulle circonferenze di di Fig. 10.4 è un criterio per la sintesi della stabilità. Con questo criterio si individuano le regioni nelle quali è possibile posizionare i carichi e lo si può quindi utilizzare per il progetto di un circuito stabile.

### 10.3.b Valutazione della stabilità tramite il fattore di Rollet

Un approccio alternativo a quello visto consiste nel considerare il criterio di stabilità di Rollet<sup>(\*)</sup>. La teoria di Rollet si basa sull'introduzione di due coefficienti legati ai parametri di scattering del transistor. Il fattore di Rollet  $K$  ed il determinante della matrice di scattering definiti come:

$$K = \frac{1 + |\Delta|^2 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2}{2|S_{12}||S_{21}|}$$
$$\Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$$
(10.16)

In particolare se risulta:

$$K > 1$$
$$|\Delta| < 1$$
(10.17)

il transistor è incondizionatamente stabile, cioè qualsiasi coppia di carichi  $\Gamma_S$  e  $\Gamma_L$  rende l'amplificatore stabile. Come detto in precedenza, questa condizione equivale ad avere la circonferenza di stabilità tutta al di fuori di quella di fisica realizzabilità (Fig. 10.4.a).

Se invece risulta:

$$K > 1$$
$$|\Delta| > 1$$
(10.18)

il transistor è condizionatamente stabile. In questo caso la circonferenza di stabilità è tutta dentro quella di fisica realizzabilità (Fig. 10.4.b) e quindi alcuni valori di  $\Gamma_S$  e  $\Gamma_L$  possono dar luogo ad instabilità.

Se risulta:

$$-1 < K < 1$$
(10.19)

il transistor è, anche in questo caso, condizionatamente stabile. In questo caso la circonferenza di stabilità interseca quella di fisica realizzabilità (Fig. 10.4.c) e quindi di nuovo alcuni valori di  $\Gamma_S$  e  $\Gamma_L$  possono dar luogo ad instabilità.

Infine se risulta:

$$K < -1$$
(10.20)

il transistor è intrinsecamente instabile e quindi non può essere utilizzato come amplificatore.

---

(\*) J.M. Rollet, Stability and power gain invariants of linear ports, IRE Trans. Circ. Theory, vol. 9, 1962.

### 10.3.c Valutazione della stabilità tramite il criterio di Nyquist

Per una rete due porte Rollet ha mostrato che condizione necessaria e sufficiente per la stabilità incondizionata è che sia verificata la (10.17). Tuttavia nella formulazione originale Rollet aveva aggiunto l'ulteriore condizione che i poli della rete due porte sotto esame, chiusa su impedenze o ammettenze infinite, si dovevano trovare nel semipiano di sinistra (LHP) del piano complesso (condizione di Rollet). Nei CAD in commercio quest'ultima condizione è spesso trascurata e questo può dar luogo, in alcuni casi, ad errori. Ciò è particolarmente vero quando si hanno stadi multipli in cascata o comunque topologie circuitali di una certa complessità (\*).

Un modo semplice e sempre corretto per verificare la stabilità di un circuito è quello di riferirsi al criterio di Nyquist (\*\*). Il criterio di Nyquist è un metodo grafico che consente di determinare la stabilità di un sistema a catena chiusa valutandone i poli nel semipiano destro.

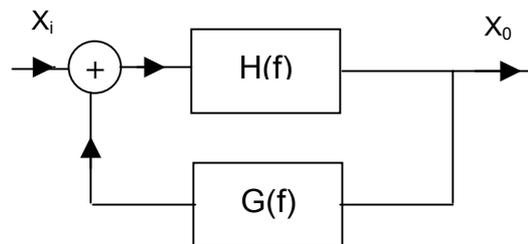


Fig. 10.5

Per il sistema di Fig. 10.5 il legame ingresso-uscita risulta:

$$X_0 = \frac{H(f)}{1 - G(f)H(f)} X_i \quad (10.21)$$

dove il prodotto  $G(f)H(f)$  rappresenta la funzione di trasferimento a catena aperta. Detto  $P_{CH}$  ( $\geq 0$ ) il numero dei poli con parte reale positiva della funzione di trasferimento a catena chiusa,  $P_{AP}$  ( $\geq 0$ ) quello dei poli con parte reale positiva della funzione di trasferimento a catena aperta e  $N_g$  il numero dei giri che la funzione di trasferimento a catena aperta compie nel diagramma polare intorno al punto critico  $(1, j0)$ , (considerati positivi in senso orario e negativi in senso antiorario), il sistema a catena chiusa è stabile se e solo se:

---

(\*) Il fatto che i parametri di scattering di un transistor siano misurati dal costruttore, implica per essi l'assenza di poli nel semipiano destro. Tuttavia, la presenza delle reti di adattamento in ingresso ed in uscita può rendere il transistor instabile.

(\*\*) A. Lepschy e Ruberti, *Lezioni di controlli automatici*, Siderea Rome, 1967.

$$P_{CH} = P_{AP} + N_g = 0 \quad (10.22)$$

ed inoltre se la stessa funzione di trasferimento a catena aperta non passa per il punto critico. Se la rete a catena aperta è stabile ( $P_{AP} = 0$ ), è sufficiente che sia  $N_g = 0$  (criterio ridotto).

Il criterio di Nyquist consente di superare le limitazioni della teoria di Rollet ma richiede, in generale, di poter modellare il sistema come in Fig. 10.5. Questo problema può essere superato osservando che per un generico sistema a microonde (Fig. 10.6) costituito da una parte attiva ( $\Gamma_d$ ) e da un carico passivo ( $\Gamma_c$ ) è possibile individuare una funzione di trasferimento analoga a quella di un sistema a catena chiusa.

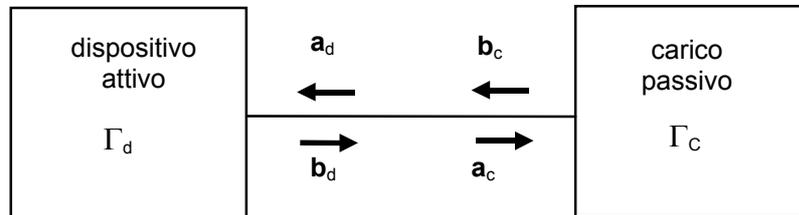


Fig. 10.6

Nel sistema di Fig. 10.6 si può valutare il legame tra  $a_c$  e  $a_d$  tramite il diagramma di flusso; con l'utilizzo della formula di Mason si ottiene:

$$a_c = \frac{\Gamma_d(f)}{1 - \Gamma_d(f)\Gamma_c(f)} a_d \quad (10.23)$$

L'analogia tra le formule (10.21) e (10.23) consente di studiare la stabilità del sistema di Fig. 10.6 per mezzo del criterio di Nyquist. In questo caso la funzione di trasferimento a catena aperta è data dal prodotto  $\Gamma_d \Gamma_c$ ; tale prodotto può essere facilmente valutato con i sistemi CAD presenti sul mercato tramite l'utilizzo di un modello di circolatore ideale inserito nel punto del circuito da esaminare, secondo lo schema di Fig. 10.7.

Il grafico di  $\Gamma_d \Gamma_c$  nel diagramma polare consente di applicare il criterio di Nyquist generale ove si conoscano i poli con parte reale positiva della funzione di trasferimento a catena aperta  $\Gamma_d \Gamma_c$  (dovuti eventualmente a  $\Gamma_d$  relativo alla parte attiva). Qualora tali poli non esistano il criterio può essere applicato nella forma ridotta.

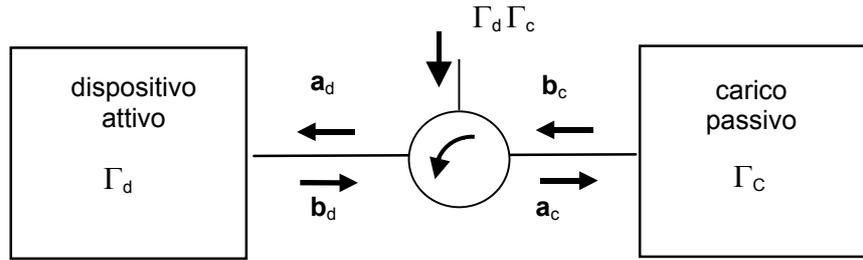


Fig. 10.7

Nel seguito sarà implicitamente assunta un'ipotesi: i componenti attivi di base sono stabili se terminati su  $50 \Omega$ .

La parte attiva di un amplificatore a microonde è generalmente costituita da un transistor del quale si conoscono i parametri di scattering misurati rispetto ad un riferimento ( $50 \Omega$ ) (Fig. 10.8). Dal momento che è stato possibile effettuare tali misure, possiamo ritenere che il transistor, terminato sui carichi di riferimento, sia stabile (catena chiusa) ( $P_{CH0}=0$ ). Essendo inoltre i coefficienti di riflessione del generatore ( $\Gamma_{cin}$ ) e del carico ( $\Gamma_{cout}$ ) uguali a zero, anche il prodotto  $\Gamma_d \Gamma_c$  all'ingresso e all'uscita del transistor sarà uguale a zero. Questo vuol dire che  $N_{g0} = 0$  e il numero dei poli con parte reale positiva della funzione di trasferimento a catena aperta risulta uguale a quello della funzione di trasferimento a catena chiusa, ovvero zero ( $P_{AP0} = 0$ ).

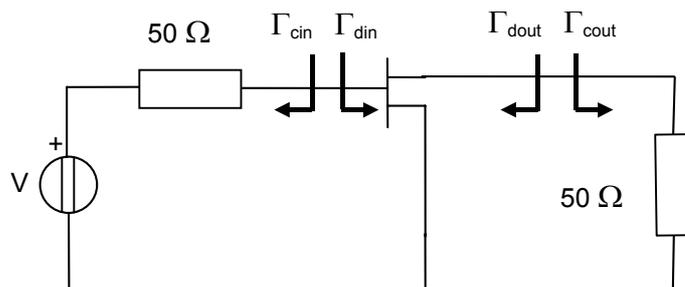


Fig. 10.8

Nel progetto degli amplificatori a microonde si inseriscono in ingresso ed in uscita al transistor delle reti di adattamento che danno luogo a nuovi  $\Gamma_{cin}$  e  $\Gamma_{cout}$ . Una volta progettate queste reti, sulla base delle specifiche richieste, la verifica della stabilità può essere eseguita considerando inizialmente una sola rete di adattamento, ad esempio quella di ingresso (Fig. 10.9); in questo caso  $\Gamma_{din}$  è uguale a quello del transistor di partenza e quindi non ha poli con parte reale positiva. Essendo inoltre la rete di adattamento passiva anche il prodotto

$\Gamma_{cin} \Gamma_{din}$  non ha poli con parte reale positiva e quindi  $P_{AP1} = 0$ . L'analisi della stabilità viene effettuata tramite il criterio di Nyquist (ridotto) valutando il numero dei giri intorno al punto critico  $(1, j0)$  che eventualmente la funzione a catena aperta  $\Gamma_{cin} \Gamma_{din}$  compie nel diagramma polare; i giri in senso orario rappresentano il numero dei poli con parte reale positiva ( $P_{CH1} = N_{g1}$ ).

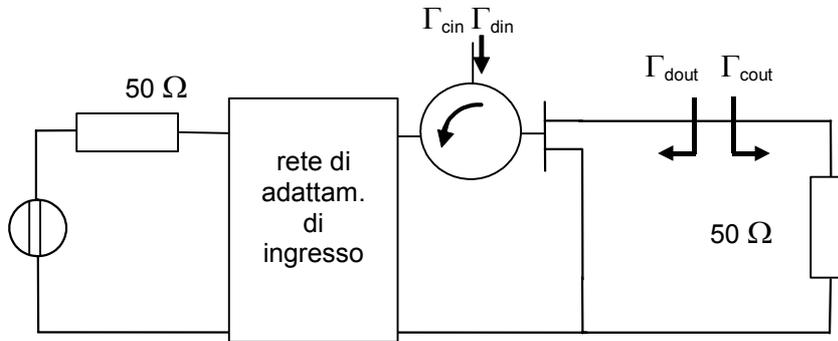


Fig. 10.9

Considerando adesso l'uscita del transistor, la funzione di trasferimento a catena chiusa in uscita deve avere lo stesso numero dei poli con parte reale positiva della funzione di trasferimento a catena chiusa in ingresso (le due funzioni di trasferimento a catena chiusa sono relative allo stesso circuito) e quindi  $P'_{CH2} = P_{CH1}$ . Essendo inoltre  $\Gamma_{cout} = 0$  sarà anche  $N'_{g2} = 0$  e quindi  $P'_{AP2} = P'_{CH2} = N_{g1}$ . Viene quindi inserita la rete di adattamento di uscita (Fig. 10.10); questa volta l'analisi della stabilità viene condotta tramite il criterio di Nyquist generale valutando il numero dei giri intorno al punto critico che la funzione a catena aperta relativa al prodotto  $\Gamma_{dout} \Gamma_{cout}$  compie nel diagramma polare ( $N_{g2}$ ). In questa situazione si ha:

$$P_{CH2} = P_{AP2} + N_{g2} = P'_{AP2} + N_{g2} = N_{g1} + N_{g2} \quad (10.24)$$

Dove si è posto  $P_{AP2} = P'_{AP2}$  in quanto si è aggiunta una rete passiva. Se risulta:  $N_{g1} + N_{g2} = 0$ ; l'amplificatore è stabile.

In sintesi, la verifica della stabilità per un amplificatore ad uno stadio viene condotta aggiungendo in sequenza le 2 reti di adattamento e valutando il numero dei giri che le 2 funzioni di trasferimento a catena aperta  $\Gamma_{din} \Gamma_{cin}$  (con il transistor chiuso direttamente su  $50 \Omega$  in uscita) e  $\Gamma_{dout} \Gamma_{cout}$  (con il transistor terminato con le due reti di adattamento) compiono intorno al punto critico  $(1, j0)$ , considerati positivi in senso orario. L'amplificatore risulta stabile se e solo se la somma algebrica dei giri delle 2 funzioni è uguale a zero.

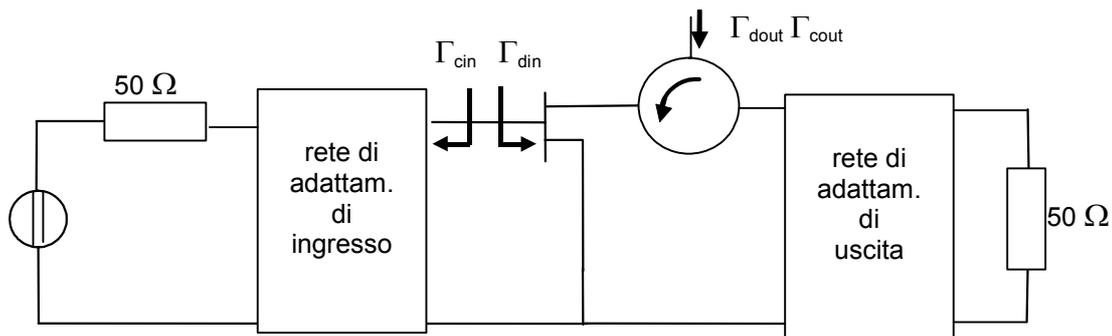


Fig. 10.10

Lo studio della stabilità con il criterio di Nyquist risulta più generale ed è in grado di rivelare, in alcuni casi, delle instabilità non prevedibili con il criterio di Rollet (\*).

In un transistor unilatero  $S_{12}$  è nullo a tutte le frequenze, pertanto l'amplificatore è incondizionatamente stabile. Viceversa se  $S_{12} \neq 0$  e se il dispositivo attivo non verifica la condizione di stabilità incondizionata a tutte le frequenze, l'amplificatore è potenzialmente instabile, e bisogna progettare delle reti di adattamento in ingresso ed in uscita (v. Fig. 10.3) tali da garantire il suo funzionamento stabile. E' inoltre importante verificare che l'amplificatore sia stabile per tutte le frequenze, sia quelle di lavoro che quelle fuori della banda d'uso ( $|\Gamma|_{IN} < 1$  e  $|\Gamma|_{OUT} < 1$  a tutte le frequenze).

#### 10.4 Guadagno e adattamento

In Fig. 10.11 è mostrato un amplificatore caratterizzato tramite la sua matrice di scattering [S]. In figura è anche mostrato il generatore ( $V_G$ ) con impedenza interna  $Z_G$  seguito dalla rete di adattamento in ingresso ed il carico con impedenza  $Z_C$  preceduto dalla rete di adattamento di uscita.

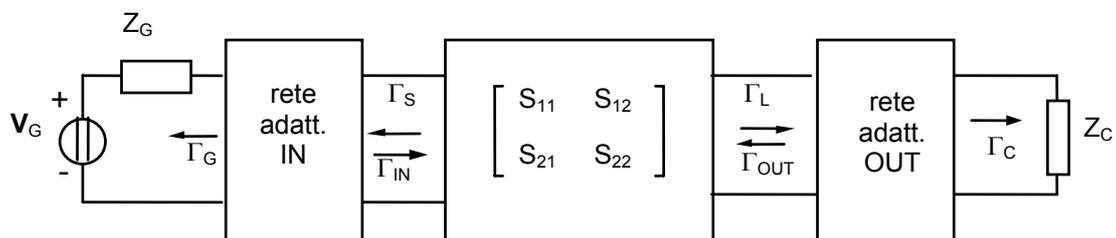


Fig. 10.11

(\*) S. Pisa, M. Zolesi, A method for stability analysis of small signal microwave amplifiers, International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering, vol. 8:4, pp. 293-302, 1999.

L'effetto delle reti di adattamento è quello di trasformare l'impedenza del generatore e del carico (tipicamente  $50\Omega$ ) in delle impedenze ( $Z_S$  e  $Z_L$ ) poste all'ingresso e all'uscita del transistor e dimensionate al fine di ottenere un desiderato comportamento.

Per una rete due porte alimentata da un generatore con impedenza interna  $Z_S$  e chiusa su di un carico con impedenza  $Z_L$  si definiscono tre tipi di guadagni (v. par. 4.3, Vol. 2): il guadagno di trasduzione  $G_T$ , il guadagno di potenza  $G_P$ , ed il guadagno disponibile  $G_D$ , le cui definizioni sono riportate nel seguito.

$$G_T = \frac{\text{Potenza erogata dalla rete due porte al carico}}{\text{Potenza disponibile del generatore}} = \frac{P_L}{P_{AVS}} \quad (10.25)$$

$$G_P = \frac{\text{Potenza erogata dalla rete due porte al carico}}{\text{Potenza erogata dal generatore}} = \frac{P_L}{P_S} \quad (10.26)$$

$$G_D = \frac{\text{Potenza disponibile della rete due porte}}{\text{Potenza disponibile del generatore}} = \frac{P_{AVL}}{P_{AVS}} \quad (10.27)$$

Essendo  $P_{AVS} > P_S$  risulta  $G_P > G_T$ , ed essendo  $P_{AVL} > P_L$  risulta anche  $G_D > G_T$ .

Come sarà chiaro nel seguito, tra i vari guadagni quello di trasduzione è quello che meglio si presta a caratterizzare l'amplificatore per cui nel seguito si valuterà l'espressione di questo guadagno in funzione dei parametri del circuito di Fig. 10.11.

La potenza che il generatore in ingresso ( $\mathbf{V}_S, Z_S$ ) può fornire al transistor è:

$$P_{IN} = \frac{1}{8} \frac{|\mathbf{V}_S|^2}{Z_0} \frac{|1 - \Gamma_S|^2}{|1 - \Gamma_S \Gamma_L|^2} (1 - |\Gamma_{IN}|^2) \quad (10.28)$$

La (10.28) coincide con la (2.72). Come detto nel par. 2.4.a si definisce potenza disponibile del generatore quella che il generatore fornisce al carico nel caso in cui  $\Gamma_{IN} = \Gamma_S^*$ . Con questa ipotesi la (10.28) diventa:

$$P_{AVS} = \frac{1}{8} \frac{|\mathbf{V}_S|^2}{Z_0} \frac{|1 - \Gamma_S|^2}{|1 - |\Gamma_S|^2|} \quad (10.29)$$

Per quanto riguarda la potenza ( $P_L$ ) fornita al carico dalla rete due porte per il suo calcolo è possibile utilizzare il grafo di flusso relativo al circuito di Fig. 10.11 e riportato in Fig. 10.12.

La potenza che la rete fornisce al carico è data da:

$$P_L = \frac{1}{2Z_0} |\mathbf{a}_L|^2 (1 - |\Gamma_L|^2) \quad (10.30)$$

dove:

$$\mathbf{a}_L = T \mathbf{b}$$

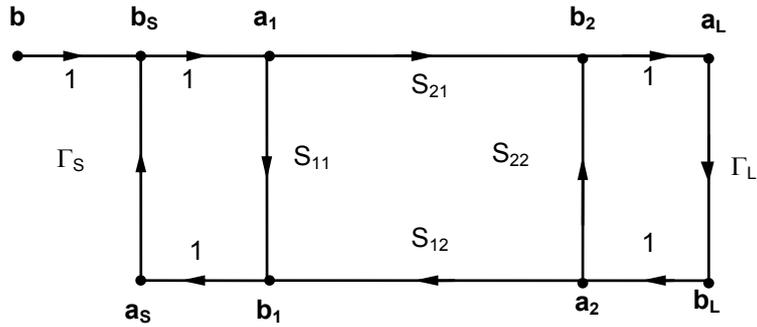


Fig. 10.12

con  $T$  funzione di trasferimento tra i nodi  $\mathbf{b}$  ed  $\mathbf{a}_L$ . Utilizzando la tecnica esposta nel par. 2.9 si ottiene:

$$T = \frac{S_{21}}{1 - \Gamma_S S_{11} - \Gamma_L S_{22} - \Gamma_S \Gamma_L S_{21} S_{12} + \Gamma_S \Gamma_L S_{11} S_{22}} \quad (10.31)$$

e quindi si ha:

$$P_L = \frac{\frac{1}{8Z_0} |\mathbf{V}_S|^2 |1 - \Gamma_S|^2 |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - \Gamma_S S_{11} - \Gamma_L S_{22} - \Gamma_S \Gamma_L S_{21} S_{12} + \Gamma_S \Gamma_L S_{11} S_{22}|^2} \quad (10.32)$$

Per il guadagno di trasduzione si ottiene quindi l'espressione:

$$G_T = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2) (1 - |\Gamma_L|^2)}{|(1 - S_{11} \Gamma_S)(1 - S_{22} \Gamma_L) - S_{12} S_{21} \Gamma_S \Gamma_L|^2} \quad (10.33)$$

Come si vede il guadagno di trasduzione dipende dal generatore ( $\Gamma_S$ ), dalla rete due porte  $[S]$  e dal carico ( $\Gamma_L$ ).

Una volta realizzato l'amplificatore, con il transistor e le reti di adattamento, si ottiene una rete due porte della quale posso misurare i parametri di scattering  $S'_{11}$ ,  $S'_{21}$ ,  $S'_{12}$ ,  $S'_{22}$ , chiudendo le due bocche su carichi adattati. In questo caso è quindi verificata la condizione  $\Gamma_L = \Gamma_S = 0$ , ovvero  $Z_S = Z_L = Z_0$ , e quindi  $G_T = |S'_{21}|^2$ . Questo vuol dire che il parametro  $|S'_{21}|^2$  dell'amplificatore finale coincide con il guadagno di trasduzione. Poiché gli analizzatori di reti (v. cap. 12) sono in grado di misurare questo parametro, la previsione teorica del guadagno di trasduzione può essere confrontata con il valore che verrà misurato.

Anche il guadagno di potenza ed il guadagno disponibile possono essere espressi in funzione dei parametri di scattering e si ha:

$$G_P = \frac{1}{1 - |\Gamma_{IN}|^2} |S_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_L|^2} \quad (10.34)$$

$$G_D = \frac{1 - |\Gamma_S|^2}{|1 - S_{11}\Gamma_S|^2} |S_{21}|^2 \frac{1}{1 - |\Gamma_{OUT}|^2} \quad (10.35)$$

Come si vede il guadagno di potenza dipende solo da  $\Gamma_L$  mentre quello disponibile dipende solo da  $\Gamma_S$ .

Nel progetto degli amplificatori, oltre al guadagno è importante valutare l'adattamento in ingresso e in uscita. A tal fine si introducono le perdite di disadattamento in ingresso e in uscita date da:

$$ML_{IN} = \frac{P_{AVS}}{P_S} = \frac{G_P}{G_T} = \frac{|1 - \Gamma_S \Gamma_{IN}|^2}{(1 - |\Gamma_S|^2)(1 - |\Gamma_{IN}|^2)} \quad (10.36)$$

$$ML_{OUT} = \frac{P_{AVL}}{P_L} = \frac{G_D}{G_T} = \frac{|1 - \Gamma_L \Gamma_{OUT}|^2}{(1 - |\Gamma_L|^2)(1 - |\Gamma_{OUT}|^2)} \quad (10.37)$$

Essendo  $P_{AVS} \geq P_S$  e  $P_{AVL} \geq P_L$ ,  $ML_{IN}$  e  $ML_{OUT}$  sono quantità sempre maggiori o uguali ad 1.

Si noti che se risulta:

$$\Gamma_{IN} = \Gamma_S^* \text{ si ha } ML_{IN} = 1 \text{ e } G_T = G_P \quad (10.38)$$

mentre se risulta:

$$\Gamma_{OUT} = \Gamma_L^* \text{ si ha } ML_{OUT} = 1 \text{ e } G_T = G_D \quad (10.39)$$

Se infine risulta:

$$\Gamma_{IN} = \Gamma_S^* \text{ e } \Gamma_{OUT} = \Gamma_L^* \text{ si ha } G_D = G_P = G_T = G_{TMAX} \quad (10.40)$$

con  $G_{TMAX}$  guadagno di trasduzione massimo.

Una volta realizzato l'amplificatore, la rete due porte ottenuta può essere misurata chiudendo le due porte su carichi adattati. In questo caso risulta:

$$ML_{IN} = \frac{1}{1 - |\Gamma'_{IN}|^2} \quad (10.41)$$

$$ML_{OUT} = \frac{1}{1 - |\Gamma'_{OUT}|^2} \quad (10.42)$$

dove  $\Gamma'_{IN}$  e  $\Gamma'_{OUT}$  sono i coefficienti di riflessione dell'amplificatore finale. In base alle (10.36)-(10.37)-(10.41)-(10.42) e con alcuni passaggi si trova:

$$|\Gamma'_{IN}| = \left| \frac{\Gamma_{IN} - \Gamma_S^*}{1 - \Gamma_S \Gamma_{IN}} \right| \quad (10.43)$$

$$|\Gamma'_{OUT}| = \left| \frac{\Gamma_{OUT} - \Gamma_L^*}{1 - \Gamma_{OUT} \Gamma_L} \right|$$

Da cui si vede che se si realizza la condizione di adattamento coniugato in ingresso e in uscita oltre ad avere il massimo guadagno di trasduzione si ha anche un perfetto adattamento alle porte. Diversamente le (10.43) possono essere utilizzate per calcolare il disadattamento. Si noti che le (10.43) sono importanti anche perché i parametri  $\Gamma'_{OUT}$  e  $\Gamma'_{IN}$  sono quantità misurabili.

#### 10.4.a Guadagno massimo per un transistor unilatero

Si vogliono ora mostrare alcuni criteri per il dimensionamento di un amplificatore iniziando con il caso in cui il dispositivo attivo possa essere considerato unilaterale (cioè  $S_{12}=0$ ). In questo caso, il guadagno di trasduzione viene chiamato unilatero ( $G_{TU}$ ) e si ha.

$$G_{TU} = \frac{|S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_S|^2) (1 - |\Gamma_L|^2)}{(1 - S_{11} \Gamma_S) (1 - S_{22} \Gamma_L)^2} \quad (10.44)$$

Il guadagno di trasduzione unilatero è esprimibile come il prodotto di tre termini:

$$G_{TU} = G_0 G_1 G_2 \quad (10.45)$$

dove:

$$G_0 = |S_{21}|^2 \quad (10.46)$$

rappresenta il guadagno di trasduzione unilatero con generatore e carico adattati ( $\Gamma_S = \Gamma_L = 0$ ),

$$G_1 = \frac{1 - |\Gamma_S|^2}{|1 - \Gamma_S S_{11}|^2} \quad (10.47)$$

rappresenta il guadagno o l'attenuazione dovuti all'adattamento tra generatore e amplificatore e:

$$G_2 = \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - \Gamma_L S_{22}|^2} \quad (10.48)$$

rappresenta il guadagno o l'attenuazione dovuti all'adattamento tra carico e amplificatore.

La presenza dei termini  $G_1$  e  $G_2$  nel guadagno di trasduzione è dovuta al fatto che il parametro  $S_{21}$  del transistor è valutato in condizioni di chiusura su carichi di impedenza pari a  $Z_0$  (tipicamente  $50 \Omega$ ). Questa chiusura non è quella ottimale per ottenere il massimo guadagno; i termini  $G_1$  e  $G_2$  tengono conto proprio dell'effetto di una differente chiusura. In particolare si vede che modificando opportunamente l'impedenza del generatore e del carico si riesce ad aumentare il guadagno del transistor rispetto al contributo dato da  $|S_{21}|^2$ .

Il guadagno di trasduzione unilatero è massimizzabile scegliendo opportunamente i valori dei coefficienti di riflessione  $\Gamma_S$  e  $\Gamma_L$ . In particolare il guadagno è massimo se si verificano le condizioni di adattamento coniugato in ingresso ed uscita:

$$\begin{aligned} \Gamma_S &= S_{11}^* \\ \Gamma_L &= S_{22}^* \end{aligned} \quad (10.49)$$

In queste condizioni  $G_{TU}$  viene detto MUG (Maximum Unilateral Gain), cioè Massimo Guadagno Unilatero (si ha:  $G_T = G_P = G_D$ ):

$$MUG = \frac{1}{1 - |S_{11}|^2} |S_{21}|^2 \frac{1}{1 - |S_{22}|^2} \quad (10.50)$$

Il progetto di un amplificatore a singolo componente attivo consiste quindi nella scelta del transistor (Fig. 10.11) con l'aggiunta delle reti di adattamento di ingresso ed uscita. Queste reti sono progettate al fine di realizzare o il massimo guadagno ad una fissata frequenza (MUG) o un guadagno uniforme su di una assegnata banda.

In pratica le reti di adattamento in ingresso ed in uscita servono a modificare i coefficienti di riflessione  $\Gamma_G$  e  $\Gamma_C$  di generatore e carico per ottenere due nuovi coefficienti  $\Gamma_S$  e  $\Gamma_L$  che determinino il desiderato valore di  $G_{TU}$  deciso in fase di progetto.

Per il progetto delle reti di adattamento di ingresso e di uscita è utile mostrare sulla carta di Smith l'andamento del guadagno  $G_1$  in funzione del

nuovo coefficiente di riflessione del generatore  $\Gamma_S$  e  $G_2$  in funzione del nuovo coefficiente di riflessione del carico  $\Gamma_L$ .

Cominciamo col vedere la prima situazione.

In base alla 10.47 si ha:

$$G_1 = \frac{1 - \Gamma_S \Gamma_S^*}{(1 - \Gamma_S S_{11})(1 - \Gamma_S S_{11})^*} \quad (10.51)$$

e quindi:

$$(1 - \Gamma_S S_{11})(1 - \Gamma_S S_{11})^* G_1 = 1 - \Gamma_S \Gamma_S^* \quad (10.52)$$

da cui si ottiene:

$$\Gamma_S \Gamma_S^* - \frac{(\Gamma_S S_{11} + \Gamma_S^* S_{11}^*)}{(1 + G_1 |S_{11}|^2)} G_1 = \frac{1 - G_1}{(1 + G_1 |S_{11}|^2)} \quad (10.53)$$

Confrontando la (10.53) con l'equazione di una circonferenza nel piano complesso (vedi nota di pag. 269) si ha:

$$w = \Gamma_S \quad (10.54)$$

$$w_0 = \frac{S_{11}^* G_1}{1 + G_1 |S_{11}|^2} \quad (10.55)$$

$$r^2 - w_0 w_0^* = \frac{1 - G_1}{1 + G_1 |S_{11}|^2} \quad (10.56)$$

La (10.56) considerando la (10.55) diventa:

$$r^2 = \frac{|S_{11}|^2 G_1^2}{(1 + G_1 |S_{11}|^2)^2} + \frac{1 - G_1}{1 + G_1 |S_{11}|^2} = \frac{1 - G_1 (1 - |S_{11}|^2)}{(1 + G_1 |S_{11}|^2)^2} \quad (10.57)$$

Quindi nel piano di  $\Gamma_S$  i punti a  $G_1$  costante si mappano in circonferenze con centro in  $w_0$  e raggio  $r$  come mostrato in Fig. 10.13.

Le circonferenze di raggio minore corrispondono a valori di  $G_1$  maggiori, tutte le circonferenze hanno il centro sulla retta che unisce il punto  $S_{11}^*$  con l'origine, la circonferenza a  $G_1$  nullo ha centro nell'origine e raggio unitario, quella a  $G_1$  unitario passa per l'origine ed infine quella di raggio nullo ( $r=0$ ) ha centro in  $\Gamma_S = S_{11}^*$  e corrisponde al massimo valore di  $G_1$ .

Un discorso analogo può essere ripetuto per il guadagno  $G_2$  in funzione di  $\Gamma_L$ . Infine si vuole notare che, oltre ai cerchi a  $G_1$  e  $G_2$  costante, con una procedura analoga, possono essere definiti i cerchi a guadagno di potenza e guadagno disponibile costante rispettivamente nei piani  $\Gamma_L$  e  $\Gamma_S$ .

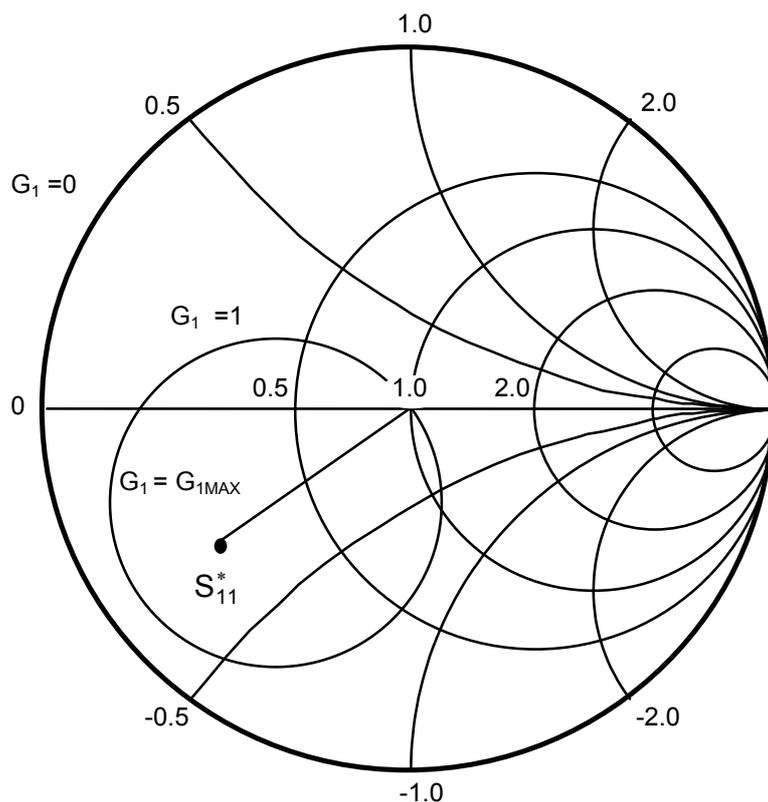


Fig. 10.13

Come detto in precedenza il progetto di un amplificatore può essere indirizzato all'ottenimento del massimo guadagno. Ipotizzando un comportamento unilatero le reti di adattamento devono essere progettate per avere  $\Gamma_S = S_{11}^*$  e  $\Gamma_L = S_{22}^*$ . In queste condizioni, tutta la potenza disponibile del generatore entra nella rete due porte mentre tutta la potenza disponibile all'uscita della rete due porte viene ceduta al carico. Sul diagramma di Smith il MUG si ottiene sui cerchi di centro  $w_0 = S_{11}^*$  e  $w_0 = S_{22}^*$  e raggio  $r=0$ .

#### 10.4.b Guadagno massimo per un transistor non unilatero

Nel caso in cui il transistor non possa essere considerato unilatero la situazione per il massimo trasferimento di potenza verso il transistor e verso il carico è data da:  $\Gamma_{IN} = \Gamma_S^*$  e  $\Gamma_{OUT} = \Gamma_L^*$  (adattamento coniugato).

Con riferimento all'ingresso la (10.1) con l'ipotesi  $\Gamma_{IN} = \Gamma_S^*$  diventa:

$$\Gamma_S = S_{11}^* + \frac{S_{12}^* S_{21}^* \Gamma_L^*}{1 - S_{22}^* \Gamma_L^*} \quad (10.58)$$

La (10.2) con l'ipotesi  $\Gamma_{OUT} = \Gamma_L^*$  e riarrangiando i termini dà :

$$\Gamma_L^* = \frac{S_{22} - \Delta\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} \quad (10.59)$$

Inserendo la (10.59) nella (10.58) si ottiene:

$$\Gamma_S = S_{11}^* + \frac{S_{12}^* S_{21}^* (S_{22} - \Delta\Gamma_S)}{1 - S_{11}\Gamma_S - |S_{22}|^2 + S_{22}^* \Delta\Gamma_S} \quad (10.60)$$

Espandendo la (10.60) si arriva ad un'espressione del secondo ordine in  $\Gamma_S$ :

$$(S_{11} - \Delta S_{22}^*) \Gamma_S^2 + (|\Delta|^2 - |S_{11}|^2 + |S_{22}|^2 - 1) \Gamma_S + (S_{11}^* - S_{11} |S_{22}|^2 + S_{12}^* S_{21}^* S_{22}) = 0 \quad (10.61)$$

ponendo:

$$C_1^* = S_{11}^* - S_{11} |S_{22}|^2 + S_{12}^* S_{21}^* S_{22} = S_{11}^* - \Delta^* S_{22} \quad (10.62)$$

$$B_1 = 1 + |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 - |\Delta|^2 \quad (10.63)$$

si ha:

$$C_1 \Gamma_S^2 - B_1 \Gamma_S + C_1^* = 0 \quad (10.64)$$

la soluzione della (10.64) è data da:

$$\Gamma_S = \frac{B_1 \pm (B_1^2 - 4|C_1|^2)^{1/2}}{2C_1} \quad (10.65)$$

Dualmente, partendo dalla (10.2) si ottiene:

$$\Gamma_L = \frac{B_2 \pm (B_2^2 - 4|C_2|^2)^{1/2}}{2C_2} \quad (10.66)$$

dove:

$$B_2 = 1 + |S_{22}|^2 - |S_{11}|^2 - |\Delta|^2 \quad (10.67)$$

e:

$$C_2 = S_{22} - \Delta S_{11}^* \quad (10.68)$$

Se il transistor è unilatero la condizione per il massimo trasferimento di potenza ( $\Gamma_{IN} = \Gamma_S^*$  e  $\Gamma_{OUT} = \Gamma_L^*$ ) diventa semplicemente  $\Gamma_S = S_{11}^*$  e  $\Gamma_L = S_{22}^*$ , se il transistor non è unilatero il problema presenta due soluzioni per  $\Gamma_S$  e due per  $\Gamma_L$ .

Sviluppando il termine sotto radice nella (10.65) si ottiene:

$$B_1^2 - 4|C_1|^2 = \left(1 + |\Delta|^2 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2\right)^2 - 4|S_{12}|^2|S_{21}|^2 \quad (10.69)$$

La (10.69) può essere scritta come:

$$B_1^2 - 4|C_1|^2 = 4(K^2 - 1) |S_{12}S_{21}|^2 \quad (10.70)$$

dove il fattore di stabilità K (reale) è definito come in (10.16).

Poiché la (10.69) non cambia invertendo i pedici 1 e 2 si ha anche:

$$B_1^2 - 4|C_1|^2 = B_2^2 - 4|C_2|^2 \quad (10.71)$$

Dall'analisi svolta si deduce che se risulta:

$$K > 1 \quad (10.72)$$

la (10.65) ammette le due soluzioni:

$$\Gamma'_S = \frac{B_1 - (B_1^2 - 4|C_1|^2)^{1/2}}{2C_1} \quad (10.73)$$

$$\Gamma''_S = \frac{B_1 + (B_1^2 - 4|C_1|^2)^{1/2}}{2C_1} \quad (10.74)$$

Si noti che nelle (10.73)-(10.74) essendo  $K > 1$  il termine sotto radice risulta reale e positivo, in base alla (10.63) anche  $B_1$  è reale mentre  $C_1$  sarà in generale complesso. Dalle (10.73)-(10.74) si ottiene:

$$|\Gamma'_S \Gamma''_S| = 1 \quad (10.75)$$

dualmente a partire dalla (10.66) si possono ricavare le due soluzioni per il coefficiente di uscita ( $\Gamma'_L$  e  $\Gamma''_L$ ):

$$\Gamma'_L = \frac{B_2 - (B_2^2 - 4|C_2|^2)^{1/2}}{2C_2} \quad (10.76)$$

$$\Gamma''_L = \frac{B_2 + (B_2^2 - 4|C_2|^2)^{1/2}}{2C_2} \quad (10.77)$$

dalle quali si ottiene:

$$|\Gamma'_L \Gamma''_L| = 1 \quad (10.78)$$

quindi esiste sicuramente una soluzione con  $|\Gamma_S| < 1$  e  $|\Gamma_L| < 1$ .

In particolare, se risulta  $B_1 > 0$  e  $B_2 > 0$  e quindi si ha anche  $|\Delta| < 1$ , la soluzione  $\Gamma'_S, \Gamma'_L$  verifica la condizione:  $|\Gamma'_S| < 1$  e  $|\Gamma'_L| < 1$ . In questo caso il transistor è come detto incondizionatamente stabile.

Se invece risulta  $B_1 < 0$  e  $B_2 < 0$  quindi  $|\Delta| > 1$  sarà la soluzione  $\Gamma''_S, \Gamma''_L$  a verificare la:  $|\Gamma''_S| < 1$  e  $|\Gamma''_L| < 1$  e l'amplificatore è condizionatamente stabile.

Come detto in precedenza in questo caso alcuni valori di  $\Gamma_S$  e  $\Gamma_L$  (ma non  $\Gamma''_S$  e  $\Gamma''_L$ ) possono dar luogo ad instabilità.

In conclusione, se risulta  $K > 1$ , è possibile scegliere i valori di  $\Gamma_S$  e  $\Gamma_L$  che permettono di ottenere il guadagno massimo, cioè  $\Gamma_{IN} = \Gamma_S^*$  e  $\Gamma_{OUT} = \Gamma_L^*$ .

Si dimostra che in questo caso il guadagno di trasduzione vale (\*):

$$G_{TMAX} = \frac{|S_{21}|}{|S_{12}|} \left| K \pm (K^2 - 1)^{1/2} \right| \quad (10.79)$$

Il segno + vale nel caso  $|\Delta| > 1$  ed il segno - nel caso  $|\Delta| < 1$ . Valutando l'andamento del guadagno in funzione del coefficiente di riflessione si vede che nel caso  $|\Delta| < 1$  (segno -) quello ottenuto è effettivamente il guadagno massimo; mentre nel caso  $|\Delta| > 1$  (segno +) quello che si ottiene è un minimo nel guadagno (\*).

Se risulta:

$$-1 < K < 1 \quad (10.80)$$

ne segue:

$$B_1^2 - 4|C_1|^2 < 0 \quad (10.81)$$

$$B_2^2 - 4|C_2|^2 < 0 \quad (10.82)$$

e quindi dalle (10.73-10.74) e (10.76-10.77) discende:

$$|\Gamma'_S| = |\Gamma''_S| = |\Gamma'_L| = |\Gamma''_L| = 1 \quad (10.83)$$

L'adattamento coniugato non è ottenibile ed il transistor è, anche in questo caso, condizionatamente stabile.

---

(\* ) C. Gentili, Microwave amplifier and oscillator, North Oxford Academic, 1986.

In questo caso esistono dei valori di  $\Gamma_S$  e  $\Gamma_L$  (ma non  $\Gamma'_S$  e  $\Gamma'_L$  o  $\Gamma''_S$  e  $\Gamma''_L$ ) che danno luogo a stabilità.

Infine se risulta:

$$K < -1 \quad (10.84)$$

si può dimostrare che in questo caso si hanno necessariamente una coppia di radici con modulo maggiore dell'unità e quindi la condizione per il massimo guadagno di trasduzione non può essere ottenuta ed inoltre il transistor è intrinsecamente instabile e quindi non può essere utilizzato come amplificatore.

Tutto quello detto in precedenza vale ad una prefissata frequenza, in certe applicazioni si vuole avere il massimo guadagno possibile su di una banda di frequenze. Poiché in generale il guadagno diminuisce al crescere della frequenza il massimo guadagno possibile deve riferirsi alla frequenza più alta della banda di interesse. In questo caso le reti di adattamento in ingresso ed in uscita devono essere progettate in modo da disadattare sia l'ingresso che l'uscita (o solo una delle due) al fine di ridurre il guadagno di trasduzione alle più basse frequenze della banda di interesse.

## 10.5 Fattore di rumore

La potenza di rumore ( $N_O$ ) totale all'uscita di un amplificatore a microonde è data dalla potenza del rumore prodotto dai dispositivi attivi e passivi che compongono l'amplificatore ( $N$ ) e dalla potenza di rumore che entra nella porta di ingresso ( $N_i$ ) e viene amplificata. Le cause di rumore nei dispositivi attivi sono le stesse esaminate in precedenza (vedi par. 8.8.c) mentre il rumore che entra dalla porta di ingresso è essenzialmente quello dovuto alla resistenza del generatore.

Il modello di un amplificatore a microonde rumoroso è quindi il seguente:

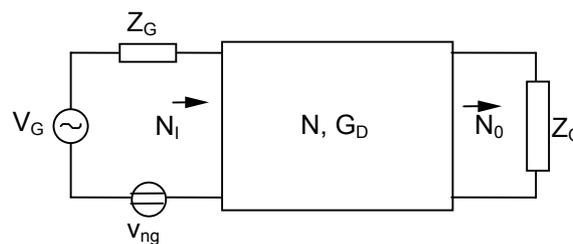


Fig. 10.14

In Fig. 10.14 l'impedenza interna del generatore ( $Z_G = 50 \Omega$ ) è supposta non rumorosa ed il rumore è rappresentato tramite il generatore  $v_{ng}$ .

La potenza del rumore in uscita sul carico ( $Z_C = 50 \Omega$ ) è data da:

$$N_O = N + G_D N_i \quad (10.85)$$

dove  $G_D$  è il guadagno disponibile dell'amplificatore (Eq. 10.27 e 10.35).

Il rumore in un amplificatore può essere descritto tramite il fattore di rumore  $F$  definito come (v. cap. 6, Vol. 1):

$$F = \frac{S_i/N_i}{S_o/N_o} \quad (10.86)$$

dove:

- $S_i$  = potenza disponibile del segnale di ingresso
- $N_i$  = potenza disponibile del rumore in ingresso
- $S_o$  = potenza disponibile del segnale in uscita
- $N_o$  = potenza disponibile del rumore in uscita

Un altro modo per descrivere il comportamento di un amplificatore rumoroso consiste nel considerare l'amplificatore ideale, cioè privo di rumore, e nel trasferire il rumore prodotto al suo interno in ingresso o in uscita (Fig. 10.15). Il rumore è modellato con due generatori di rumore (correlati) che possono essere scelti coerentemente con la rappresentazione della rete: se la rete è modellata con la matrice delle impedenze i generatori sono di tensione in serie (Fig 10.15.a), per la matrice delle ammettenze sono di corrente in parallelo (Fig 10.15.b), per la matrice di trasferimento sono uno di corrente ed uno di tensione (Fig 10.15.c).

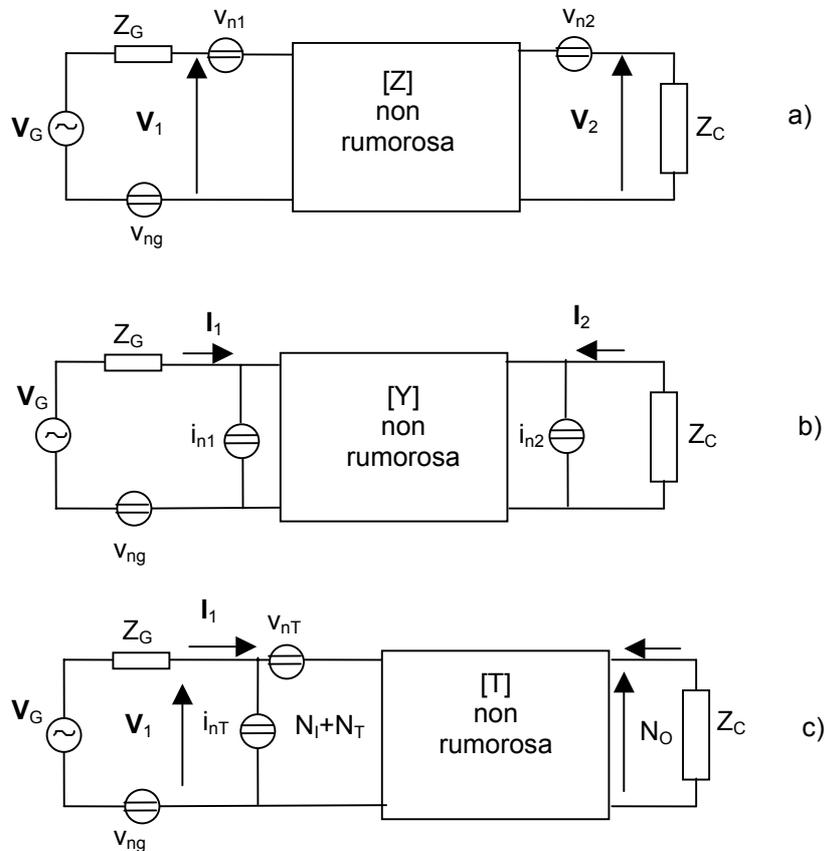


Fig. 10.15

Con questo accorgimento per ogni rappresentazione, si può definire un vettore aleatorio  $[n]$  additivo. In particolare per la matrice delle impedenze si ha:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_1 = \mathbf{Z}_{11} \mathbf{I}_1 + \mathbf{Z}_{12} \mathbf{I}_2 + v_{n1} \\ \mathbf{V}_2 = \mathbf{Z}_{21} \mathbf{I}_1 + \mathbf{Z}_{22} \mathbf{I}_2 + v_{n2} \end{cases} \quad [\mathbf{V}] = [\mathbf{Z}][\mathbf{I}] + [n_v] \quad (10.87)$$

mentre per la matrice delle ammettenze si ha:

$$\begin{cases} \mathbf{I}_1 = \mathbf{Y}_{11} \mathbf{V}_1 + \mathbf{Y}_{12} \mathbf{V}_2 + i_{n1} \\ \mathbf{I}_2 = \mathbf{Y}_{21} \mathbf{V}_1 + \mathbf{Y}_{22} \mathbf{V}_2 + i_{n2} \end{cases} \quad [\mathbf{I}] = [\mathbf{Y}][\mathbf{V}] + [n_i] \quad (10.88)$$

e per la matrice di trasferimento:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_1 = \mathbf{A} \mathbf{V}_2 + \mathbf{B} \mathbf{I}_2 + v_{nT} \\ \mathbf{I}_1 = \mathbf{C} \mathbf{V}_2 + \mathbf{D} \mathbf{I}_2 + i_{nT} \end{cases} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} = [\mathbf{T}] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} + [n_T] \quad (10.89)$$

In particolare, con riferimento alla rappresentazione con la matrice di trasferimento, si inserisce un generatore di tensione di rumore ( $v_{nT}$ ) in serie all'ingresso ed un generatore di corrente di rumore ( $i_{nT}$ ) in parallelo all'ingresso (Fig. 10.15c). In questo caso la potenza disponibile di rumore in uscita può essere espressa come:

$$N_O = (N_T + N_I) G_D \quad (10.90)$$

dove  $N_T$  è la potenza di rumore dell'amplificatore ricondotta in ingresso ed  $N_I$  quella dovuta al generatore. In questo caso la (10.86) diventa:

$$F = \frac{S_i / N_i}{S_i G_D / (N_T + N_i) G_D} = 1 + \frac{N_T}{N_i} \quad (10.91)$$

Osservando che la potenza disponibile del rumore termico è data da:

$$N = \frac{1}{4} \frac{\langle v^2 \rangle}{R} = kTB \quad (10.92)$$

La (10.90) può essere riscritta come:

$$N_O = G_D k(T_T + T_I) B \quad (10.93)$$

in cui  $T_I$  è la temperatura ambiente ( $T_I \approx 290$  K), e  $T_T$  rappresenta la temperatura di rumore equivalente dell'amplificatore supposto non rumoroso.

Considerando la (10.93), il fattore di rumore F diviene:

$$F = 1 + \frac{T_T}{T_1} \quad (10.94)$$

Il fattore di rumore F viene generalmente espresso in decibel e, in tali condizioni, prende il nome di figura di rumore NF:

$$NF = 10 \log(F) = 10 \log\left(1 + \frac{T_T}{T_1}\right) \quad (10.95)$$

Se si considera un amplificatore formato da 2 stadi in cascata aventi guadagni disponibili  $G_1$ ,  $G_2$  e fattori di rumore  $F_1$ ,  $F_2$  il fattore di rumore totale diviene:

$$F = \frac{S_1/N_1}{S_3/N_3} = \frac{N_3}{N_1} \frac{1}{G_1 G_2} = \frac{[(N_{T1} + N_1)G_1 + N_{T2}]G_2}{N_1 G_1 G_2} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} \quad (10.96)$$

La (10.109) generalizzata al caso di N amplificatori diventa:

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + \frac{F_4 - 1}{G_1 G_2 G_3} + \dots + \frac{F_N - 1}{G_1 G_2 G_3 \dots G_{N-1}} \quad (10.97)$$

### 10.5.a Figura di rumore minima

Utilizzando lo schema di Fig. 9.15.c il fattore di rumore dell'amplificatore può essere espresso in funzione dei parametri del transistor e delle impedenze del generatore e del carico (\*).

In particolare, il rumore associato al generatore di ingresso ha una tensione quadratica media data da:

$$\langle v_{ng}^2 \rangle = 4kTR_G B \quad (10.98)$$

Analogamente (v. par. 6.3, Vol. 1) è possibile esprimere la tensione e la corrente quadratica media dei generatori  $v_{nT}$  ed  $i_{nT}$  come:

$$\langle v_{nT}^2 \rangle = 4kTR_S B \quad (10.99)$$

$$\langle i_{nT}^2 \rangle = 4kTG_P B$$

---

(\*) Si noti che in questo caso l'impedenza  $Z_G$  è complessa in quanto tiene conto anche della rete di adattamento che sarà posta in ingresso al transistor. In pratica la  $Z_G$  di questo paragrafo coincide con la  $Z_S$  di Fig. 10.11.

dove  $R_S$  rappresenta la resistenza di rumore equivalente e  $G_P$  la conduttanza di rumore equivalente del transistor.

Detta  $Z_{IN}$  l'impedenza di ingresso dell'amplificatore possiamo calcolare le tensioni  $v'_{ng}$  e  $v'_{nT}$  in ingresso all'amplificatore indotte da  $v_{ng}$  e  $v_{nT}$ :

$$v'_{ng} = v_{ng} \frac{Z_{IN}}{Z_{IN} + Z_G} \quad (10.100)$$

$$v'_{nT} = v_{nT} \frac{Z_{IN}}{Z_{IN} + Z_G}$$

Il generatore di corrente  $i_{nT}$  dà luogo a sua volta in ingresso alla tensione

$$v''_{nT} = i_{nT} \frac{Z_{IN} Z_G}{Z_{IN} + Z_G} \quad (10.101)$$

Quindi le potenze di rumore in ingresso sono date da:

$$N_I = \text{Re} \left\{ \frac{\langle v_{ng}'^2 \rangle}{Z_{IN}} \right\} \quad (10.102)$$

$$N_T = \text{Re} \left\{ \frac{\langle (v'_{nT} + v''_{nT})^2 \rangle}{Z_{IN}} \right\}$$

Con queste posizioni il fattore di rumore diventa:

$$\begin{aligned} F &= 1 + \frac{\langle (v'_{nT} + v''_{nT})^2 \rangle}{\langle v_{ng}'^2 \rangle} = 1 + \frac{\langle (v_{nT} + i_{nT} Z_G)^2 \rangle}{\langle v_{ng}^2 \rangle} \\ &= 1 + \frac{\langle v_{nT}^2 \rangle + |Z_G|^2 \langle i_{nT}^2 \rangle + R_G \langle i_{nT} v_{nT}^* + i_{nT}^* v_{nT} \rangle + jX_G \langle i_{nT} v_{nT}^* + i_{nT}^* v_{nT} \rangle}{\langle v_{ng}^2 \rangle} \end{aligned} \quad (10.103)$$

I generatori  $v_{nT}$  ed  $i_{nT}$  sono in generale correlati, cioè esiste un'impedenza di correlazione:  $Z_C = R_C + jX_C$  tale che:

$$v_{nT} = v_n + Z_C i_{nT} \quad (10.104)$$

con  $v_n$  ed  $i_{nT}$  incorrelati.

Con queste posizioni si ottiene:

$$\begin{aligned}
F &= 1 + \frac{\langle v_{nT}^2 \rangle + |Z_G|^2 \langle i_{nT}^2 \rangle + 2R_G R_C \langle i_{nT}^2 \rangle + 2X_G X_C \langle i_{nT}^2 \rangle}{\langle v_{ng}^2 \rangle} \\
&= 1 + \frac{4kTR_S B + |Z_G|^2 4kTG_P B + 2R_G R_C 4kTG_P B + 2X_G X_C 4kTG_P B}{4kTR_G B} \\
&= 1 + \frac{R_S}{R_G} + \frac{G_P (R_G^2 + X_G^2)}{R_G} + 2G_P R_C + \frac{2X_C G_P X_G}{R_G} \quad (10.105)
\end{aligned}$$

Quindi il fattore di rumore è funzione dell'impedenza della sorgente. In particolare si può osservare (Fig. 10.15c) che, se per il transistor in esame prevale la tensione di rumore rispetto alla corrente di rumore, utilizzando una sorgente con un'elevata impedenza rispetto a quella d'ingresso del transistor, si minimizza il rumore in ingresso all'amplificatore e quindi anche quello trasmesso. Viceversa se prevale la corrente di rumore, utilizzando una sorgente con una bassa impedenza rispetto a quella d'ingresso del transistor si riduce il rumore in uscita. In generale, l'impedenza del generatore può essere scelta in modo da minimizzare il fattore di rumore, basta imporre:

$$\frac{\partial F}{\partial X_G} = 0 \qquad \frac{\partial F}{\partial R_G} = 0 \quad (10.106)$$

In questo modo si ottiene:

$$X_{OPT} = -X_C \quad (10.107)$$

$$R_{OPT} = \left( \frac{R_S}{G_P} - X_C^2 \right)^{1/2} \quad (10.108)$$

Per  $Z_G = Z_{OPT} = R_{OPT} + jX_{OPT}$  si ha  $F = F_{MIN}$ .  
Riarrangiando la (10.105) si ottiene:

$$F = F_{MIN} + \frac{R_S}{R_G} \left| \frac{Z_G}{Z_{OPT}} - 1 \right|^2 \quad (10.109)$$

che espressa in funzione dei coefficienti di riflessione dà:

$$F = F_{MIN} + 4 \frac{R_S}{Z_O} \frac{|\Gamma_G - \Gamma_{OPT}|^2}{(1 - |\Gamma_G|^2) |1 + \Gamma_{OPT}|^2} \quad (10.110)$$

Le quantità  $F_{\text{MIN}}$  (dB),  $R_S(\Omega)$  e  $\Gamma_{\text{OPT}}$  sono note come parametri di rumore del transistor e sono fornite dal costruttore. Note queste quantità il Fattore di rumore è funzione solo dell'impedenza del generatore.

### 10.5.b Circonferenze a figura di rumore costante

Nel progetto di amplificatori a microonde bisogna progettare delle reti di adattamento in ingresso in grado di minimizzare l'effetto del rumore prodotto in uscita. Si noti che l'impedenza di uscita non influenza la figura di rumore dell'amplificatore, ma ne influenza il guadagno di trasduzione.

Per il progetto di queste reti di adattamento è utile tracciare nel piano complesso del coefficiente di riflessione  $\Gamma_G$  delle circonferenze aventi  $F$  costante.

Con la posizione:

$$M = \frac{F - F_{\text{MIN}}}{4\hat{R}_S} |1 + \Gamma_{\text{OPT}}|^2 \quad (10.111)$$

dove:  $\hat{R}_S = \frac{R_S}{Z_0}$ , la (10.110) diventa:

$$M (1 - |\Gamma_G|^2) = |\Gamma_G - \Gamma_{\text{OPT}}|^2 \quad (10.112)$$

A partire da questa relazione e procedendo come fatto nel caso dei cerchi a guadagno costante si trovano delle circonferenze con centro e raggio dati da:

$$w_M = \frac{\Gamma_{\text{OPT}}}{1 + M} \quad (10.113)$$

$$r_N = \frac{\left\{ M^2 + M \left( 1 - |\Gamma_{\text{OPT}}|^2 \right) \right\}^{1/2}}{1 + M}$$

Si noti che per  $M=0$  cioè  $F = F_{\text{MIN}}$  si ottiene una circonferenza di raggio nullo e centro in  $\Gamma_{\text{OPT}}$ .

In Fig. 10.16 sono riportate alcune circonferenze a figura di rumore costante per un assegnato transistor ad una fissata frequenza.

Si noti che i raggi ed i centri di queste circonferenze cambiano al variare della frequenza in quanto i parametri di rumore variano con la frequenza.

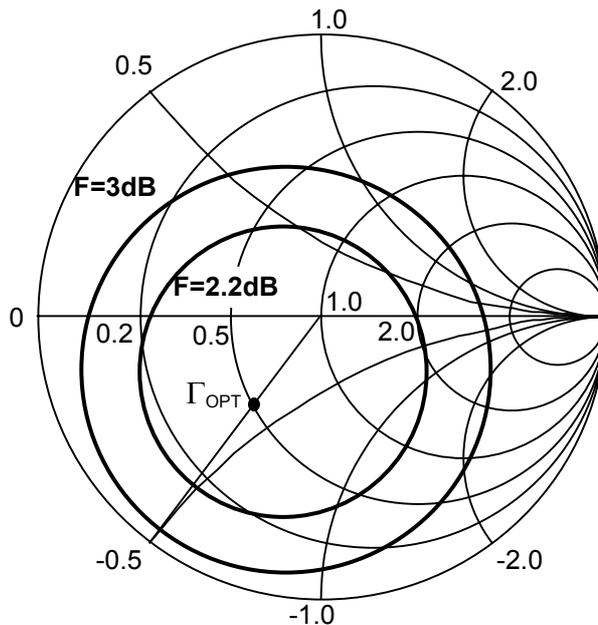


Fig. 10.16

## 10.6 Parametri per la caratterizzazione non lineare di un amplificatore

### 10.6.a Punto di compressione ad 1dB

Un amplificatore è detto lineare se la potenza di uscita cresce linearmente con la potenza di ingresso. Il rapporto fra queste quantità definisce, come detto in precedenza, il guadagno di potenza dell'amplificatore.

Al crescere della potenza di ingresso, la caratteristica ingresso-uscita di un amplificatore si discosta dalla linearità, cioè, la potenza d'uscita è minore di quella prevedibile usando l'analisi lineare valida per piccoli segnali.

Il livello di potenza applicata all'ingresso dell'amplificatore, in corrispondenza del quale la caratteristica ingresso-uscita si discosta di 1 dB dalla caratteristica lineare, viene chiamato punto di compressione a 1 dB ( $P_{1dB}$ ) (Fig. 10.17) (v. par. 6.2, Vol. 2).

Generalmente il guadagno dell'amplificatore diminuisce rapidamente una volta superato  $P_{1dB}$  e raggiunge la massima potenza d'uscita (potenza di uscita completamente saturata) 3 o 4 dB oltre  $P_{1dB}$ .

Questo comportamento non lineare dell'amplificatore introduce distorsioni nel segnale trasmesso; in particolare se si invia in ingresso un segnale sinusoidale, questo viene squadrato per cui in uscita si trovano le sue armoniche.

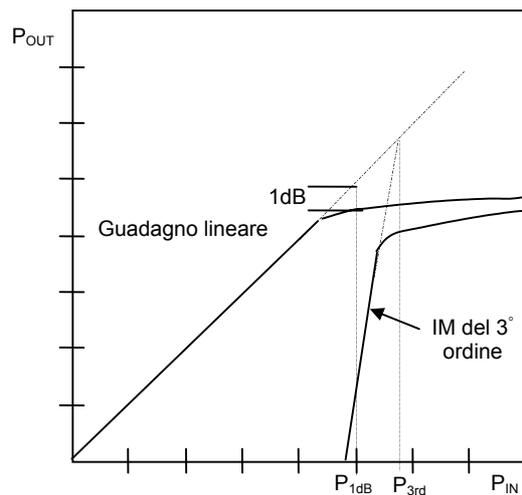


Fig. 10.17

### 10.6.b Prodotti di intermodulazione

La non linearità di un amplificatore può essere analizzata considerando il punto di compressione ad 1dB o esaminando, all'uscita dell'amplificatore, i prodotti di intermodulazione relativi a due segnali di frequenza diversa applicati all'ingresso.

Quando due segnali a frequenze  $f_1$  ed  $f_2$  comprese nella banda di funzionamento dell'amplificatore sono applicati contemporaneamente al suo ingresso, in uscita si trovano, oltre alle sopraccitate frequenze, i prodotti di intermodulazione a frequenza  $\pm mf_1 \pm nf_2$  con  $m+n$  ordine del prodotto di intermodulazione (v. par 6.2, Vol. 2). I prodotti del terzo ordine  $2f_2 - f_1$  e  $2f_1 - f_2$  che sono in frequenza i più vicini a  $f_1$  ed  $f_2$  sono anche i più rilevanti per moderati livelli di saturazione.

Si definisce il punto di intercetta del terzo ordine  $P_{3rd}$  come il valore della potenza applicata in ingresso ad un amplificatore in corrispondenza a cui la retta relativa al prodotto di intermodulazione del terzo ordine interseca la caratteristica ingresso-uscita dell'amplificatore, qualora sia supposta lineare (Fig. 10.17).  $P_{3rd}$  è generalmente 10-12 dB maggiore di  $P_{1dB}$  e costituisce un parametro adatto a caratterizzare gli effetti dell'intermodulazione.

### 10.6.c Range dinamico

Il range dinamico (DR) è definito dal rapporto (v. par. 4.10, Vol. 2) fra la potenza di ingresso all'amplificatore in corrispondenza al punto di compressione  $P_{1dB}$  e la potenza del più piccolo segnale rilevabile sopra il rumore.