Capitolo 10

Oscillatori a microonde

10.1 Introduzione

In questo capitolo sono descritte alcune tecniche per lo studio ed il progetto di oscillatori a stato solido. Inizialmente sono introdotte le condizioni di mantenimento, innesco e stabilità delle oscillazioni e alcuni parametri utili a caratterizzare il comportamento degli oscillatori. Nel seguito sono analizzate due famiglie di oscillatori a transistor quelli a risonatore dielettrico (DRO) e quelli a risonatore ceramico (CRO).

10.2 Condizioni di mantenimento e stabilità delle oscillazioni

Gli oscillatori convertono energia da continua in alternata, essi sono costituiti in generale da tre parti: un componente attivo non lineare (Z_D), una struttura risonante che fissa la frequenza di oscillazione ed una transizione per trasferire il segnale al carico (Z_C) (Fig. 10.1).



Fig. 10.1

L'elemento attivo di un oscillatore può essere sempre visto come un componente a resistenza negativa. Quando si usano dei dispositivi a due terminali, come i diodi Gunn o IMPATT, questo comportamento si ottiene semplicemente polarizzando il diodo, mentre per i dispositivi a tre terminali, come i transistor, è necessario aggiungere un'opportuna rete di controreazione.

La struttura risonante è in genere costituita da risonatori dielettrici o ceramici, quando sono richieste prestazioni a frequenza fissa; sfere YIG o risonatori ceramici accordati con diodi varactor, quando sono richiesti oscillatori sintonizzabili.

La transizione collega la sorgente al carico e, come sarà chiarito nel seguito, può essere utilizzata per migliorare alcune prestazioni dell'oscillatore. Il circuito mostrato in Fig. 10.1 può essere ricondotto al circuito di Fig. 10.2.



Fig. 10.2

In questo circuito R_D e C_D modellano l'elemento attivo ^(*), la rete R, L, C modella il risonatore nell'intorno di una delle sue frequenze di risonanza e tiene conto anche degli eventuali parassiti presenti nel circuito, R_C rappresenta il carico ed il generatore e(t) modella le sorgenti di rumore presenti nel circuito.

Nell'ipotesi che il risonatore abbia un fattore di merito Q elevato nel circuito scorrerà una corrente essenzialmente sinusoidale del tipo:

$$\mathbf{i}(t) = \mathbf{A}(t)\cos(\omega_0 t + \varphi(t)) \tag{10.1}$$

Le oscillazioni nell'ampiezza A(t) e nella fase $\varphi(t)$ sono connesse alla presenza del generatore e(t) e sono supposte lente rispetto a quelle del segnale i(t).

Applicando la legge di Kirchhoff alle tensioni al circuito di figura e posto $C_T=(C_D \cdot C)/(C_D+C)$ si ottiene:

$$L\frac{di(t)}{dt} + (R + R_{C} + R_{D}) i(t) + \frac{1}{C_{T}} \int i(t) dt = e(t)$$
 (10.2)

essendo:

$$\frac{di(t)}{dt} = -A(t)\left(\omega_0 + \frac{d\phi(t)}{dt}\right)sen\left(\omega t + \phi(t)\right) + \frac{dA(t)}{dt}cos(\omega_0 t + \phi(t))$$
(10.3)

$$\int i(t) dt \cong \left(\frac{A(t)}{\omega_0} - \frac{A(t)}{\omega_0^2} \frac{d\phi(t)}{dt}\right) sen(\omega_0 t + \phi(t)) + \frac{1}{\omega_0^2} \frac{dA(t)}{dt} cos(\omega_0 t + \phi(t))$$
(10.4)

 $^{^{(*)}}$ Si noti che R_D è una resistenza non lineare funzione dell'ampiezza della corrente che scorre nel circuito.

Si noti che l'uguaglianza (10.4) è valida se A(t) e $\varphi(t)$ non variano apprezzabilmente su di un periodo del segnale armonico.

Sostituendo le (10.3)-(10.4) nella (10.2), moltiplicando una volta per sen $(\omega_0 t + \varphi(t))$ e un'altra per cos $(\omega_0 t + \varphi(t))$ ed integrando rispetto a t tra t - T₀ e t, con T₀ periodo delle oscillazioni, si ottiene:

$$\left(-\omega_0 L + \frac{1}{\omega_0 C_T}\right) - \left(L + \frac{1}{\omega_0^2 C_T}\right) \frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{2}{A(t)T_0} \int_{t-T_0}^t e(t) \operatorname{sen}(\omega_0 t + \varphi(t)) dt \quad (10.5)$$

$$\left(L + \frac{1}{\omega_0^2 C_T}\right) \frac{dA(t)}{dt} + \left(R + R_C + \overline{R}\right)A(t) = \frac{2}{T_0} \int_{t-T_0}^t e(t)\cos(\omega_0 t + (t))dt \quad (10.6)$$

dove \overline{R} (resistenza media in un periodo) è una funzione di A(t) ed è data da:

$$\overline{\mathsf{R}} = \frac{2}{\mathsf{A}(t)\mathsf{T}_0} \int_{t-\mathsf{T}_0}^{t} \mathsf{A}(t) \cos^2(\omega_0 t + \varphi(t)) dt$$
(10.7)

In condizioni stazionarie e(t) \approx 0 e quindi dA(t)/dt \approx 0 e d ϕ (t)/dt \approx 0 per cui le (10.5)-(10.6) danno le condizioni di mantenimento delle oscillazioni:

$$R + R_{c} + \overline{R} = 0 \tag{10.8}$$

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C_T} = 0 \tag{10.9}$$

Il circuito di Fig. 10.2 può anche essere studiato nel dominio della frequenza complessa s = α + j ω (senza il generatore di rumore). In questo caso, introdotta la corrente complessa I(s), posto R_T = R + R_C + R_{DL} e applicando la legge di kirchhoff alla maglia si ottiene ^(*):

$$[R_T + sL + 1/(sC_T)] I(s) = 0$$
(10.10)

Questa equazione ammette soluzioni diverse da zero solo se la parte tra parentesi quadre è nulla e quindi:

$$s^{2}LC_{T} + sC_{T}R_{T} + 1 = 0$$
 (10.11)

che ammette le due soluzioni:

$$\mathbf{s}_{1,2} = -\frac{\mathbf{R}_{\mathrm{T}}}{2L} \pm j \sqrt{\frac{1}{LC_{\mathrm{T}}} - \frac{\mathbf{R}_{\mathrm{T}}^{2}}{2L^{2}}}$$
(10.12)

 $^{^{(*)}}$ L'analisi nel dominio della frequenza complessa presuppone la sostituzione della resistenza non lineare R_D con la resistenza lineare R_{DL}

La corrente del circuito evolve nel tempo come:

$$I(t) = Im \left\{ I(s)e^{st} \right\} = \hat{I}e^{-\frac{R_{T}}{2L}t} \operatorname{sen}(\hat{\omega}t + \phi)$$
(10.13)

dove $\hat{\omega}$ è detta pulsazione delle oscillazioni naturali.

Se risulta $R_T = 0$, si hanno oscillazioni di ampiezza costante e la pulsazione delle oscillazioni (pulsazione di risonanza) è data da $\omega_0^2 = 1/LC_T$ da cui segue $\omega_0L - 1/\omega_0C_T = 0$, ovvero $X_L + X_C = X_T = 0$. Queste ottenute sono relazioni analoghe alle (10.8)-(10.9) e sono quindi le condizioni per il mantenimento delle oscillazioni. Se invece risulta $R_T > 0$ si hanno oscillazioni smorzate mentre se risulta $R_T < 0$ oscillazioni crescenti.

Le condizioni (10.8)-(10.9) possono essere applicate anche guardando il circuito a destra e sinistra di una qualsiasi sezione. Per cui se si considera la sezione AA' in Fig. 10.2 indicando con Z_D l'impedenza (a parte reale negativa) del dispositivo attivo e con Z_L quella di tutto il circuito passivo (risonatore e carico) si ha per l'impedenza totale Z_T :

$$Z_{\rm T} = Z_{\rm D} + Z_{\rm L} = 0 \tag{10.14}$$

che si spezza in:

$$R_T = R_D + R_L = 0$$
 (10.15)
 $X_T = X_D + X_L = 0$

Si noti che se invece del circuito di Fig. 10.2 (serie) si fosse studiato un circuito formato da un circuito risonante parallelo, ed un dispositivo attivo modellato con il parallelo di G_D e C_D , si sarebbe giunti alla condizione di risonanza parallelo:

$$Y_T = Y_D + Y_L = 0$$
 (10.16)

che si spezza in:

$$G_T = G_D + G_L = 0$$
 (10.17)
 $B_T = B_D + B_L = 0$

Per il dimensionamento dell'oscillatore si possono utilizzare queste condizioni o le (10.14) - (10.15) a seconda del comportamento del circuito risonante che può essere serie o parallelo.

La condizione per il mantenimento delle oscillazioni può anche essere scritta in funzione dei coefficienti di riflessione $\Gamma_D \in \Gamma_L$ che si vedono guardando verso il dispositivo attivo e verso il carico. In particolare si ha:

$$\Gamma_{\rm D} \Gamma_{\rm L} = \frac{Z_{\rm D} - Z_{\rm 0}}{Z_{\rm D} + Z_{\rm 0}} \frac{Z_{\rm L} - Z_{\rm 0}}{Z_{\rm L} + Z_{\rm 0}} = \frac{Z_{\rm D} Z_{\rm L} - Z_{\rm D} Z_{\rm 0} - Z_{\rm L} Z_{\rm 0} + Z_{\rm 0}^2}{Z_{\rm D} Z_{\rm L} + Z_{\rm D} Z_{\rm 0} + Z_{\rm L} Z_{\rm 0} + Z_{\rm 0}^2} = 1 (10.18)$$

Dove nella 10.18 si è utilizzata la 10.14. La 10.18 si spezza in:

$$|\Gamma_{\rm D} \Gamma_{\rm L}| = 1$$

$$(10.19)$$

$$\angle \Gamma_{\rm D} + \angle \Gamma_{\rm L} = 2n\pi$$

Si noti infine che, per avere l'innesco delle oscillazioni dovrà essere $R_T < 0$ (condizione di innesco delle oscillazioni). Infatti in questo caso il coefficiente dell'esponenziale nella (10.13) è positivo e le oscillazioni crescono nel tempo. Dualmente per il modello risonante parallelo dovrà essere $G_T < 0$.

Con riferimento ai coefficienti di riflessione, dalla condizione $R_T < 0$ può discendere sia $|\Gamma_D \ \Gamma_L| < 1$ (se $|R_D| > Z_0$) che $|\Gamma_D \ \Gamma_L| > 1$ (se $Z_0 > |R_D|$). Analogamente dalla condizione $G_T < 0$ discende $|\Gamma_D \ \Gamma_L| < 1$ (se $|G_D| > Y_0$) oppure $|\Gamma_D \ \Gamma_L| > 1$ (se $Y_0 > |G_D|$)

10.3 Analisi delle oscillazioni con il criterio di Nyquist

Quelle viste finora sono condizioni per il mantenimento e l'innesco delle oscillazioni ad una prefissata frequenza espresse in termini di impedenze ammettenze o coefficienti di riflessione. Le equazioni trovate possono essere utilizzate per il dimensionamento di un oscillatore, tuttavia, come visto in precedenza, queste equazioni possono in alcuni casi essere ambigue inoltre, è spesso utile verificare cosa succede al variare della frequenza per verificare se nel circuito sono presenti altre frequenze di oscillazione.

Un modo rigoroso e sempre corretto per verificare la stabilità di un circuito è quello di riferirsi al criterio di Nyquist (**). Il criterio di Nyquist è un metodo grafico che consente di determinare la stabilità di un sistema a catena chiusa valutandone i poli nel semipiano destro.



Fig. 10.3

^(**) A. Lepschy e Ruberti, Lezioni di controlli automatici, Siderea Rome, 1967.

Per il sistema di Fig. 10.3 il legame ingresso-uscita risulta:

$$X_{0} = \frac{H(f)}{1 - G(f)H(f)}X_{i}$$
(10.20)

dove il prodotto G(f)H(f) rappresenta la funzione di trasferimento a catena aperta. Detto P_{CH} (\geq 0) il numero dei poli con parte reale positiva della funzione di trasferimento a catena chiusa, P_{AP} (\geq 0) quello dei poli con parte reale positiva della funzione di trasferimento a catena aperta e N_g il numero dei giri che la funzione di trasferimento a catena aperta compie nel diagramma polare intorno al punto critico (1, j0), (considerati positivi in senso orario e negativi in senso antiorario), il sistema a catena chiusa è stabile se e solo se:

$$P_{CH} = P_{AP} + N_g = 0$$
 (10.21)

Se la rete a catena aperta è stabile ($P_{AP} = 0$), è sufficiente che sia $N_g = 0$ (criterio ridotto).

Il criterio di Nyquist richiede, in generale, di poter modellare il sistema come in Fig. 10.3. Questo problema può essere superato osservando che per un generico oscillatore (Fig. 10.4) costituito da una parte attiva (Γ_D) e da un carico passivo (Γ_L) è possibile individuare una funzione di trasferimento analoga a quella di un sistema a catena chiusa.



Fig. 10.4

Nel sistema di Fig. 10.4 si ha:

$$\mathbf{a}_{\mathsf{L}} = \mathbf{b}_{\mathsf{D}} = \Gamma_{\mathsf{D}} \ \mathbf{a}_{\mathsf{D}} = \Gamma_{\mathsf{D}} \ \mathbf{b}_{\mathsf{L}} = \Gamma_{\mathsf{D}} \ \Gamma_{\mathsf{L}} \ \mathbf{a}_{\mathsf{L}}$$

Da cui segue:

$$\mathbf{a}_{\mathsf{L}} = \frac{\Gamma_{\mathsf{D}}(\mathsf{f})}{1 - \Gamma_{\mathsf{D}}(\mathsf{f})\Gamma_{\mathsf{L}}(\mathsf{f})} \mathbf{a}_{\mathsf{D}}$$
(10.22)

L'analogia tra le formule (10.20) e (10.22) consente di studiare la stabilità del sistema di Fig. 10.4 per mezzo del criterio di Nyquist. In questo caso la funzione di trasferimento a catena aperta è data dal prodotto Γ_D Γ_L ; tale

prodotto può essere facilmente valutato con i sistemi CAD presenti sul mercato tramite l'utilizzo di un modello di circolatore ideale inserito nel punto del circuito da esaminare, secondo lo schema di Fig. 10.5.



Fig. 10.5

Il grafico di $\Gamma_D \Gamma_L$ nel diagramma polare consente di applicare il criterio di Nyquist generale ove si conoscano i poli con parte reale positiva della funzione di trasferimento a catena aperta $\Gamma_D \Gamma_L$ (dovuti eventualmente a Γ_D relativo alla parte attiva). Qualora tali poli non esistano il criterio può essere applicato nella forma ridotta.

Per verificare l'affidabilità della procedura indicata si considerino i due circuiti di Fig. 10.6 e 10.7. Nel primo caso si ha $R_D = -40 \Omega e R_L = 30 \Omega$, mentre nel secondo si ha $R_D = -70 \Omega e R_L = 60 \Omega$. In base alla condizione d'innesco delle oscillazioni ($R_T < 0$) entrambe questi circuiti sono in grado di oscillare.



Fig. 10.6



Tuttavia, come evidenziato in precedenza in un caso si ha $|\Gamma_D \Gamma_L| > 1$ e nell'altro $|\Gamma_D \Gamma_L| < 1$. Per studiare questi circuiti con il criterio di Nyquist si dispone il circolatore tra l'elemento attivo ed il risonatore. In queste condizioni si può dimostrare che la funzione di trasferimento a catena aperta ($\Gamma_D \Gamma_L$) non ha poli nel semipiano destro. I plot di Nyquist si presentano come in Fig. 10.8.a e 10.8.b.

In entrambi casi il plot di Nyquist ruota intorno al punto critico (1 + j0) e quindi prevede correttamente l'instabilità del circuito. Sul plot di Nyquist è anche possibile valutare la frequenza di oscillazione del circuito (in questo caso $f = 1/2\pi\sqrt{LC} = 1.252 \text{ GHz}$) che coincide con la frequenza a cui il plot attraversa l'asse positivo delle ascisse.



Fig. 10.8

Si noti che se si fosse messo il circolatore come in Fig. 10.9.a si sarebbe ottenuto il grafico di Fig. 10.9.b. In questo caso il plot di Nyquist non gira intorno al punto critico (1 + j0) tuttavia il circuito è sempre un circuito oscillante (la condizione non può dipendere dal punto di osservazione).



Fig. 10.9

In questo caso, infatti, la funzione di trasferimento $\Gamma_D \Gamma_L$ ha dei poli a parte reale positiva (dovuti al fato che R_D + Z₀ < 0) quindi la funzione di trasferimento a catena aperta ha dei poli con parte reale positiva e il circuito è instabile anche con N_G = 0.

Come mostrato in Fig. 10.9, anche in questo caso, la frequenza a cui i plot di Nyquist attraversa l'asse reale positivo fornisce la frequenza di oscillazione del circuito.

Quindi, in conclusione, se si ha l'accortezza di posizionare il circolatore tra l'elemento attivo ed il risonatore, il plot di Nyquist fornisce l'andamento in frequenza della funzione di trasferimento a catena aperta e le frequenze di risonanza sono fornite dalla frequenza a cui il plot di Nyquist intercetta l'asse reale positivo.

10.4 Analisi della stabilità delle oscillazioni

L'analisi svolta ha consentito di definire le condizioni di mantenimento delle oscillazioni in funzione delle impedenze e dei coefficienti di riflessione alle porte dell'oscillatore. Condizioni formalmente analoghe, ma espresse in termini delle funzioni di trasferimento del blocco di guadagno e del blocco di controreazione sono le condizioni di Barkhausen. I due approcci conducono ovviamente agli stessi risultati e si può seguire quello che consente di progettare il particolare oscillatore nel modo più semplice.

Le condizioni viste finora impongono dei vincoli per avere l'innesco ed il mantenimento delle oscillazioni in un circuito. Si vuole ora vedere quali condizioni devono essere verificate affinché le oscillazioni che si instaurano nel circuito siano stabili. Queste condizioni possono essere studiate inserendo nella (10.14) la dipendenza dell'impedenza dell'elemento attivo dall'ampiezza della corrente (I) e dalla pulsazione complessa (s = α + j ω). In questo modo si ottiene:

$$Z_{T}(I, s) = Z_{D}(I, s) + Z_{L}(s) = 0$$
 (10.23)

L'effetto di un piccolo cambiamento δI nella corrente e di un piccolo cambiamento δs nella pulsazione complessa può essere studiato sviluppando la (10.23) nell'intorno del punto di lavoro (I₀, s₀).

In questo modo si ha:

$$Z_{T}(\mathbf{I},\mathbf{s}) = Z_{T}(\mathbf{I}_{0},\mathbf{s}_{0}) + \left(\frac{\partial Z_{T}}{\partial \mathbf{s}}\right)_{\mathbf{s}_{0},\mathbf{I}_{0}} \delta \mathbf{s} + \left(\frac{\partial Z_{T}}{\partial \mathbf{I}}\right)_{\mathbf{s}_{0},\mathbf{I}_{0}} \delta \mathbf{I} = \mathbf{0}$$
(10.24)

Nella (10.24) si ha $Z_T(I_0, s_0) = 0$ (condizione di risonanza iniziale) e $\frac{\partial Z_T}{\partial s} = -j \frac{\partial Z_T}{\partial \omega}$. Quindi dalla (10.24) si ottiene:

$$\delta \mathbf{S} = \delta \alpha + j \delta \omega = -\frac{\left(\frac{\partial Z_{\mathsf{T}}}{\partial I}\right)_{s_0, I_0}}{\left(\frac{\partial Z_{\mathsf{T}}}{\partial \mathbf{s}}\right)_{s_0, I_0}} \delta I = -j \frac{\left(\frac{\partial Z_{\mathsf{T}}}{\partial I}\right) \left(\frac{\partial Z_{\mathsf{T}}^*}{\partial \omega}\right)}{\left|\frac{\partial Z_{\mathsf{T}}}{\partial \omega}\right|^2} \delta I$$

Affinché un transitorio causato da una variazione δI o $\delta \omega$ possa decadere deve essere $\delta \alpha$ < 0 quando δI > 0 e quindi:

$$\operatorname{Im}\left\{\!\left(\frac{\partial Z_{\mathsf{T}}}{\partial \mathsf{I}}\right)\!\left(\frac{\partial Z_{\mathsf{T}}^{*}}{\partial \omega}\right)\!\right\}\!<\!0$$

che sviluppata porta a:

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{\mathrm{T}}}{\partial \mathbf{I}} \frac{\partial \mathbf{X}_{\mathrm{T}}}{\partial \omega} - \frac{\partial \mathbf{X}_{\mathrm{T}}}{\partial \mathbf{I}} \frac{\partial \mathbf{R}_{\mathrm{T}}}{\partial \omega} > 0$$
(10.25)

Per un carico passivo risulta: $\frac{\partial R_L}{\partial I} = \frac{\partial X_L}{\partial I} = \frac{\partial R_L}{\partial \omega} = 0$ per cui la (10.25) diventa:

$$\frac{\partial R_{\rm D}}{\partial l} \frac{\partial (X_{\rm D} + X_{\rm L})}{\partial \omega} - \frac{\partial X_{\rm D}}{\partial l} \frac{\partial R_{\rm D}}{\partial \omega} > 0$$
(10.26)

Per avere oscillazioni stabili deve essere verificata la (10.26) e quindi deve essere:

$$\frac{\partial R_{\rm D}}{\partial l} > 0 \tag{10.27}$$

$$\frac{\partial (X_{\rm D} + X_{\rm L})}{\partial \omega} >> 0 \tag{10.28}$$

Quindi per garantire delle oscillazioni stabili in ampiezza ed in frequenza serve un elemento attivo la cui resistenza verifichi la (10.27) ed un circuito risonante con un alto fattore di merito Q.

A titolo di esempio, il punto di lavoro dovrà presentarsi come il punto P ($P_R e P_L$) in Fig. 10.10.a e 10.10.b.

In particolare, l'andamento della R_D in funzione della corrente dovrà essere come in Fig. 10.10.a $\left(\frac{\partial R_D}{\partial l} > 0\right)$ e quello della X_L in funzione della frequenza come in Fig. 10.10.b $\left(\frac{\partial X_L}{\partial \omega} >> 0\right)$.

In questo modo, per un prefissato valore di R_L, essendo inizialmente I = 0, risulta $|R_D| > R_L$ (condizione di innesco delle oscillazioni) le oscillazioni del dispositivo aumentano di ampiezza finché non risulta $|R_D| = R_L$ (punto P_R in Fig. 10.10.a). Il punto di lavoro P_R è stabile in ampiezza, infatti se l'ampiezza

delle oscillazioni, per una qualsiasi causa, si riduce, si ha $|R_D| > R_L$ e quindi l'ampiezza delle oscillazioni aumenta riportando il sistema nel punto P_R . Analogamente, se l'ampiezza delle oscillazioni aumenta si ha $|R_D| < R_L$ e di nuovo il sistema tende a ritornare nel punto P.



Allo stesso modo il punto di lavoro P_L è anche stabile in frequenza, infatti se per una qualsiasi causa cambia qualche parametro del circuito basta una piccola variazione della frequenza per provocare una forte variazione di reattanza e quindi per ripristinare la condizione di oscillazione. Ad esempio se per effetto della temperatura o dell'invecchiamento dei componenti X_D si riduce una piccola riduzione di frequenza determina una forte riduzione di X_L e quindi il ripristino della condizione di risonanza (10.15).

10.5 Condizioni di mantenimento delle oscillazioni per una rete n porte

In una forma più generale un oscillatore può essere visto come un componente attivo ad n bocche collegato con un componente passivo anch'esso ad n bocche (Fig. 10.11).

Per i componenti ad n bocche risulta conveniente l'analisi tramite la matrice di scattering che lega le onde incidenti e riflesse alle varie bocche. Con riferimento alla Fig. 10.11 si ha:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} S \end{bmatrix} \mathbf{a} \tag{10.29}$$

$$\mathbf{b}' = \begin{bmatrix} \mathbf{S} \end{bmatrix} \mathbf{a}' \tag{10.30}$$

Sistemi Elettronici a RF - Stefano Pisa - 2014



Fig. 10.11

Quando i due componenti sono connessi risulta:

$$b' = a$$
 e $b = a'$ (10.31)

Combinando le (10.29)-(10.31) si ha:

$$([S] [S'] - [I]) [a']$$
 (10.32)

con [I] matrice unitaria diagonale. Per avere oscillazioni deve essere $[a'] \neq 0$ e quindi:

$$det([S] [S']-[I]) = 0$$
 (10.33)

Quella così ottenuta rappresenta la condizione di mantenimento delle oscillazioni per un oscillatore ad n porte.

Vediamo ora un esempio con riferimento ad una rete attiva a due porte caricata con due impedenze passive (Fig. 10.12).

In questo caso si ha:



Fig. 10.12

la condizione di mantenimento delle oscillazioni (10.33) diventa:

det
$$\begin{bmatrix} S_{11}\Gamma_1 - 1 & S_{12}\Gamma_2 \\ S_{21}\Gamma_1 & S_{22}\Gamma_2 - 1 \end{bmatrix} = 0$$
 (10.35)

e quindi:

$$(S_{11}\Gamma_1 - 1)(S_{22}\Gamma_2 - 1) - S_{21}\Gamma_1 S_{12}\Gamma_2 = 0$$
(10.36)

che ammette le due soluzioni:

$$\frac{1}{\Gamma_{1}} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_{2}}{1 - S_{22}\Gamma_{2}} = \Gamma_{IN}$$
(10.37)

$$\frac{1}{\Gamma_2} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_1}{1 - S_{11}\Gamma_1} = \Gamma_{OUT}$$
(10.38)

Dalla (10.37) discende la già trovata condizione di mantenimento delle oscillazioni (10.19) che in questo caso si scrive:

$$\Gamma_{\rm IN}\Gamma_{\rm 1} = 1 \qquad \begin{cases} |\Gamma_{\rm IN}| \ |\Gamma_{\rm 1}| = 1 \\ \angle \Gamma_{\rm IN} + \angle \Gamma_{\rm 1} = 2n\pi \end{cases}$$
(10.39)

Analoghe relazioni, con riferimento a Γ_{OUT} e Γ_2 possono essere ottenute a partire dalla (10.38). Si noti che, essendo i due carichi Γ_1 e Γ_2 passivi e quindi con modulo minore di uno, per l'innesco delle oscillazioni dovranno essere $|\Gamma_{IN}|$ e $|\Gamma_{OUT}|$ maggiori di uno.

Infine si può dimostrare ^(*) che se risulta $|\Gamma_{IN}| > 1$ necessariamente deve essere $|\Gamma_{OUT}| > 1$. Inoltre, se la condizione di innesco delle oscillazioni è soddisfatta ad una porta è automaticamente soddisfatta anche all'altra.

10.6 Parametri degli oscillatori

Lo spettro di potenza in uscita di un oscillatore a microonde si presenta, tipicamente, come in Fig. 10.13. Dallo spettro è possibile ricavare informazioni sulla frequenza e sulla potenza della fondamentale e delle sue armoniche. Ad esempio in Fig. 10.13 è riportato un possibile spettro per un oscillatore che opera alla frequenza di 2 GHz con una potenza di circa 12 dBm. Si evidenziano anche le prime 6 armoniche con potenze comprese tra -1 e 4 dBm. In particolare, la potenza delle armoniche viene usualmente espressa in dB sotto la portante (dB_c).

^(*) R. E. Collin "Foundation for microwave engineering" McGraw-Hill, 1992



Fig. 10.13

Un altro parametro importante per valutare la bontà di un oscillatore è il rumore che si presenta in uscita. Essendo l'oscillatore un dispositivo non lineare il rumore generato al suo interno modula il segnale di uscita. Il rumore in particolare può agire sull'ampiezza del segnale (modulazione di ampiezza - rumore AM) o sulla frequenza (modulazione di frequenza - rumore FM). Il rumore determina l'allargamento dello spettro in frequenza dell'oscillatore. Questo spettro, che idealmente dovrebbe essere costituito da una riga a frequenza f₀ si allarga e si generano delle bande laterali. Negli oscillatori a transistor sono presenti in generale due tipi di sorgenti di rumore: quelle dovute al rumore flicker e quelle dovute al rumore termico. Entrambe queste sorgenti modulano in ampiezza ed in frequenza l'uscita dell'oscillatore.

Per caratterizzare il rumore si utilizza un parametro detto "Rumore di fase in banda laterale singola" o anche "Single Sideband to Carrier Ratio (SSCR)" definito come il rapporto tra la potenza di rumore in una banda laterale (tipicamente di 1 Hz) a distanza f_d dalla portante e la potenza della portante:

$$SSCR(f_d) = \frac{N}{C}$$
(10.40)

che espressa in dB diventa:

$$SSCR_{dB} = N_{dB} - C_{dB}$$
(10.41)

Questo parametro si misura in dBc/Hz cioè deciBell sotto la portante per Hz. Tipicamente l'SSCR di un oscillatore è riportato per offset pari a 0.1, 1,10,100,1000 kHz. In Fig. 10.14 è mostrato un possibile spettro per le bande laterali.



Fig. 10.14

Un altro utile parametro per caratterizzare gli oscillatori è l'efficienza di conversione DC-RF o rendimento definito come:

$$\eta = \frac{\text{Potenza generata dall'oscillatore a radiofrequenza}}{\text{Potenza fornita dall'oscillatore in continua}}$$
(10.42)

10.7 Oscillatori a transistor

Gli oscillatori possono essere realizzati a partire da dispositivi a tre terminali (transistor) o da dispositivi a due terminali (diodi). Nel seguito verrà posta l'attenzione sugli oscillatori a transistor, tuttavia alcune delle problematiche affrontate possono essere estese anche al caso degli oscillatori a diodi.

Una caratteristica peculiare degli oscillatori a microonde è che a queste frequenze non possono essere trascurati gli elementi parassiti dei transistor ed in particolare quelli che determinano un feedback tra l'ingresso e l'uscita. Nel progetto degli oscillatori questi elementi sono utilizzati come parte integrante della rete di controreazione, per cui la rete di controreazione "esterna" può essere notevolmente semplificata rispetto al caso a bassa frequenza. Proprio per questo motivo, volendo svolgere uno studio qualitativo del progetto di un oscillatore risulta, alle alte frequenze, più semplice vedere il transistor controreazionato come un componente a "resistenza negativa".

A partire da un transistor visto come elemento a tre terminali vi sono molti modi per applicare un feedback e ottenere un comportamento a resistenza negativa. Due delle tecniche maggiormente utilizzate sono riportate in Fig. 10.15.



Fig. 10.15

In Fig. 10.15.a si utilizza un transistor nella configurazione source comune (emettitore comune) con un feedback capacitivo sul source, nella Fig. 10.15.b si utilizza un transistor nella configurazione gate comune (base comune) con feedback induttivo sul gate.

Nel seguito verrà affrontato in dettaglio lo studio di un oscillatore utilizzante un transistor nella configurazione a source comune (Fig. 10.16). La struttura è simile a quella descritta in Fig. 10.15.a con l'aggiunta di una rete di transizione. Lo studio di questa configurazione può essere affrontato in maniera semplice introducendo la caratterizzazione del transistor come componente a tre bocche.



Fig. 10.16

Visto come componente a tre bocche il transistor si presenta come in Fig. 10.17.



Fig. 10.17

Come si vede le bocche di accesso sono definite tra i tre terminali di gate, drain e source e la terra. La matrice di scattering che si ottiene è del tipo:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{b}_{1} \\ \mathbf{b}_{2} \\ \mathbf{b}_{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{1} \\ \mathbf{a}_{2} \\ \mathbf{a}_{3} \end{pmatrix}$$
(10.43)

Data la particolare configurazione si può dimostrare (vedi Collin opera citata) che risulta:

$$\sum_{j=1}^{3} S_{ij} = 1 \qquad i = 1, 2, 3$$

$$\sum_{i=1}^{3} S_{ij} = 1 \qquad j = 1, 2, 3$$
(10.44)

La prima si dimostra osservando che se si pone V₁ = V₂ = V₃ risulta: I₁ = I₂ = I₃ = 0 da cui segue: a₁ = a₂ = a₃ e b₁ = b₂ = b₃. La seconda, invece, si dimostra osservando che si ha: I₁ + I₂ + I₃ = 0 ed eccitando ad una bocca con tutte le altre adattate.

Lo stesso transistor può essere visto anche come componente a due bocche (Fig. 10.18). In particolare, per generalità, si studierà un transistor in configurazione source comune con un'impedenza tra il terminale di source e la massa.

La matrice di scattering del componente a due bocche può essere ricavata a partire da quella del 3 bocche utilizzando il grafo di flusso riportato in Fig. 10.19.



Fig. 10.18



Fig. 10.19

Essendo:

 $\mathbf{S}_{11}^{\prime} = \left(\frac{\mathbf{b}_{1}^{\prime}}{\mathbf{a}_{1}^{\prime}}\right)_{\mathbf{a}_{2}^{\prime}=0}$ (10.45)

si ricava:

$$S_{11}' = \frac{S_{11}(1 - S_{33}\Gamma_3) + S_{31}\Gamma_3 S_{13}}{1 - S_{33}\Gamma_3} = S_{11} + \frac{S_{31}\Gamma_3 S_{13}}{1 - S_{33}\Gamma_3}$$
(10.46)

Procedendo in maniera analoga per gli altri parametri si ottiene complessivamente:

$$\begin{pmatrix} S_{11}' & S_{12}' \\ S_{21}' & S_{22}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} + \frac{S_{31}\Gamma_3S_{13}}{1 - S_{33}\Gamma_3} & S_{21} + \frac{S_{32}\Gamma_3S_{13}}{1 - S_{33}\Gamma_3} \\ S_{21} + \frac{S_{31}\Gamma_3S_{23}}{1 - S_{33}\Gamma_3} & S_{22} + \frac{S_{32}\Gamma_3S_{23}}{1 - S_{33}\Gamma_3} \end{pmatrix}$$
(10.47)

In particolare se il terminale di source è posto direttamente a massa ($\Gamma_3 = -1$) si ottiene:

$$\begin{pmatrix} S'_{11} & S'_{12} \\ S'_{21} & S'_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} - \frac{S_{31}S_{13}}{1 + S_{33}} & S_{21} - \frac{S_{32}S_{13}}{1 + S_{33}} \\ S_{21} - \frac{S_{31}S_{23}}{1 + S_{33}} & S_{22} - \frac{S_{32}S_{23}}{1 + S_{33}} \end{pmatrix}$$
(10.48)

E' anche possibile la procedura opposta per cui si passa dalla matrice di scattering del 2 bocche a quella del 3 bocche sfruttando le 4 relazioni (10.48) e le ulteriori 6 relazioni (10.44).

Le formule per il passaggio sono riportate in Tab 10.1 (vedi Collin opera citata).

Tab. 10.1

$$\begin{split} S_{11} &= S_{11}' + \frac{\left(1 - S_{11}' - S_{12}' \right) \cdot \left(1 - S_{11}' - S_{21}' \right)}{4 - S_{11}' - S_{12}' - S_{22}' - S_{21}'} \\ S_{12} &= S_{12}' + \frac{\left(1 - S_{11}' - S_{12}' \right) \cdot \left(1 - S_{22}' - S_{12}' \right)}{4 - S_{11}' - S_{12}' - S_{22}' - S_{21}'} \\ S_{13} &= \frac{2 \cdot \left(1 - S_{11}' - S_{12}' \right)}{4 - S_{11}' - S_{12}' - S_{22}' - S_{21}'} \\ S_{21} &= S_{21}' + \frac{\left(1 - S_{22}' - S_{21}' \right) \cdot \left(1 - S_{11}' - S_{21}' \right)}{4 - S_{11}' - S_{12}' - S_{22}' - S_{21}'} \\ S_{22} &= S_{22}' + \frac{\left(1 - S_{22}' - S_{21}' \right) \cdot \left(1 - S_{22}' - S_{21}' \right)}{4 - S_{11}' - S_{12}' - S_{22}' - S_{21}'} \\ S_{23} &= \frac{2 \cdot \left(1 - S_{22}' - S_{21}' \right)}{4 - S_{11}' - S_{12}' - S_{22}' - S_{21}'} \\ S_{31} &= \frac{2 \cdot \left(1 - S_{12}' - S_{22}' - S_{21}' \right)}{4 - S_{11}' - S_{12}' - S_{22}' - S_{21}'} \\ S_{31} &= \frac{2 \cdot \left(1 - S_{12}' - S_{22}' - S_{21}' \right)}{4 - S_{11}' - S_{12}' - S_{22}' - S_{21}'} \\ S_{32} &= \frac{2 \cdot \left(1 - S_{12}' - S_{12}' - S_{21}' - S_{22}' - S_{21}' \right)}{4 - S_{11}' - S_{12}' - S_{22}' - S_{21}'} \\ S_{32} &= \frac{2 \cdot \left(1 - S_{12}' - S_{12}' - S_{22}' - S_{21}' - S_{23}' - S_{21}' - S_{22}' - S_{21}' - S_{22}' - S_{21}' - S_{22}' - S_{21}' - S_{22}' - S_{21}' - S_{23}' - S_{21}' - S_{23}' - S_{21}' - S_{22}' - S_{21}' - S_{21}' - S_{22}' - S_{21}' - S_{21}' - S_{22}' - S_{21}' - S_{21}' - S_{21}' - S_{21}' - S_{21}' - S_{22}' - S_{21}' -$$

E' interessante osservare che una volta ricavata la matrice di scattering del 3 bocche a partire da quella del due bocche in configurazione source comune è anche possibile ricavare la matrice di scattering del due bocche nelle configurazioni drain comune e gate comune.

Il progetto dell'oscillatore può essere condotto dimensionando inizialmente l'impedenza Z_3 ed in seguito il circuito risonante. In questa fase si suppone assente la rete di transizione e quindi si ipotizza che il transistor sia chiuso direttamente su di un carico a 50 Ω . In seguito verrà progettata la rete di transizione.

L'impedenza Z_3 (vedi Fig. 10.18) viene dimensionata al fine di produrre, per il componente attivo, valori di S'₁₁ in modulo maggiori di uno (resistenza di ingresso negativa). Poiché il carico Z_3 è in genere puramente reattivo per esso risulta $|\Gamma_3| = 1$. Per il progetto di Z_3 è quindi possibile tracciare nel piano dei coefficienti di riflessione di ingresso il luogo a $|\Gamma_3| = 1$. Questo può essere fatto molto semplicemente procedendo per punti ed osservando che se si indica con

x la parte reale di Γ_3 dovendo essere $|\Gamma_3| = 1$ dovrà essere $\Gamma_3 = x + j\sqrt{1-x^2}$, Quindi i punti della circonferenza possono essere ottenuti inserendo questa espressione nel termine S'₁₁ della (10.46).

In Fig. 10.20 sono mostrate queste curve per un generico transistor. Come si vede esistono dei valori di X_3 (Es. $X_3 = -100$) che rendono S'₁₁ in modulo maggiore di uno.



Fig. 10.20

Per il dimensionamento della capacità è anche possibile utile valutare i parametri di scattering del transistor con la capacità in serie al source.

Quindi, dalla matrice di scattering del dispositivo non reazionato si può calcolare la matrice delle impedenze con la relazione:

$$[Z_{T}] = Z_{0}([I] + [S_{T}])([I] - [S_{T}])^{-1}$$
(10.49)

La matrice [Z] della capacità C₃ è del tipo:

$$[Z_{c3}] = \frac{1}{j\omega C_3} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$
(10.50)

Il collegamento tra il transistor e il condensatore è del tipo serie-serie, quindi la matrice impedenze del transistor reazionato è la somma delle matrici impedenze del transistor e dell'induttanza:

$$[Z_{TOT}] = [Z_T] + [Z_{LS}]$$
(10.51)

Dalla [Z_{TOT}] si può calcolare la matrice di scattering del transistor reazionato:

$$[S_{TOT}] = ([Z_{TOT}] + Z_0[I])^{-1} ([Z_{TOT}] - Z_0[I])$$
(10.52)

Quindi si può impostare un semplice programma che al variare di C₃ calcoli, utilizzando le (10.52), S'₁₁ e scelga quei valori di C₃ che danno luogo al più alto valore del $|S'_{11}|$ (che in ogni caso deve risultare maggiori di 1).

Poiché con molti CAD commerciali è possibile effettuare un'analisi parametrica, un altro possibile approccio per il dimensionamento dell'impedenza Z_3 è quello di utilizzare questa opzione per graficare l'andamento del $|S'_{11}|$ al variare di C_3 e scegliere quindi il valore di C_3 che massimizza $|S'_{11}|$.

10.8 Oscillatore a Risonatore ceramico (CRO)

10.8.a Risonatore ceramico

I risonatori ceramici (Ceramic Resonator, CR) sono realizzati con dei tratti di cavo coassiale. Un estremo del conduttore centrale è utilizzato come ingresso e si connette all'esterno con un pin (vedi Fig. 10.21), l'altro estremo può essere aperto o cortocircuitato con l'armatura esterna.



Fig. 10.21

L'armatura esterna è a sezione quadrata (lato w) mentre il conduttore interno (diametro d) è in alcuni casi cavo (v. Fig. 10.21). Queste caratteristiche servono a facilitare il posizionamento e il montaggio del risonatore su di un circuito planare. L'impedenza caratteristica ed il fattore di merito del cavo sono dati da (*):

$$Z_{0} = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_{r}}} \ln\left(1.079 \frac{W}{d}\right) \qquad \qquad Q = K \sqrt{f_{0}} \frac{\ln\left(\frac{w}{d}\right)}{\left(\frac{1}{w \cdot d}\right)} \qquad (10.53)$$

(...)

Tipicamente, il dielettrico all'interno del cavo è costituito da un materiale ceramico i cui valori di permittività sono compresi tra 10 e 90. L'impedenza caratteristica può variare tra 10 e 30 Ω , e, poiché i materiali ceramici sono a basse perdite e stabili in temperatura, si hanno fattori di merito Q compresi tra 100 e 1000 e coefficienti in temperatura inferiori a ±10 ppm/°C.

Per comprendere il funzionamento dei risonatori ceramici si ricorda che, per una linea chiusa in corto circuito lunga "I" si ha: $Z_{IN} = jZ_0 \tan\beta I$ e quindi, se I = $\lambda/4$ la linea avrà in ingresso un comportamento tipo circuito risonante parallelo. Analogamente, per una linea aperta lunga "I" si ha: $Y_{IN} = jY_0 \tan\beta I$ e quindi, se I = $\lambda/2$ la linea avrà in ingresso ancora un comportamento tipo circuito risonante parallelo.

Sebbene si parli di risonatori ceramici, queste strutture operano generalmente a frequenze inferiori alla frequenza di risonanza (self resonant frequency - SRF) dove mostrano un comportamento tipo induttore con elevati fattori di merito (Vedi Fig. 10.22). Ad esempio, con riferimento ad un cavo in corto lungo $\lambda/4$, a frequenze molto inferiori alla SRF il cavo si comporta come un'induttanza ideale (il valore di induttanza è indipendente dalla frequenza) il cui valore è proporzionale all'induttanza per unità di lunghezza della linea.



Fig. 10.22

^(*) H. Riblet: IEEE trans. On Microwave Theory and Techniques, vol. 31, 841-844, 1983.

Al crescere della frequenza ci si avvicina alla SRF ed il cavo in corto non si comporta più come un'induttanza ideale ma può essere meglio modellato come un circuito RLC parallelo.

L'applicazione tipica di questi risonatori è in oscillatori (anche sintonizzabili – VCO) in cui il risonatore di comporta come un induttanza e risuona con gli ingressi capacitivi dei transistor. Con questi risonatori si realizzano oscillatori che vanno da 200 MHz fino a 5 o 6 GHz. Non si riesce ad operare a frequenze maggiori in quanto le dimensioni meccaniche del risonatore diventano troppo piccole.

Si noti infine che per un corretto utilizzo dei risonatori ceramici è importante considerare anche il contributo aggiuntivo di induttanza dovuto al pin (vedi Fig. 10.21). Sperimentalmente è stato osservato che un filo conduttore aggiunge un contributo di circa 1 nH per ogni millimetro di lunghezza per cui si devono considerare dei contributi aggiuntivi di induttanza variabili tra 0.5 e 2 nH.

Per la scelta di un particolare risonatore ceramico si deve inizialmente fissare la frequenza centrale di lavoro (f_0) ed il desiderato valore di induttanza tenendo anche conto, come detto in precedenza, del contributo aggiuntivo dell' induttanza del pin che si presenta in serie a quella del cavo.

Indicando con X_{IN} la reattanza d'ingresso del cavo e considerando il caso di una linea chiusa in corto circuito si ha:

$$X_{IN} = Z_0 \tan(\beta I) = Z_0 \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda}I\right) = Z_0 \tan\left(\frac{2\pi I}{c}f_0 \sqrt{\epsilon_r}\right)$$
(10.54)

da cui si ricava

$$I = \frac{a \tan\left(\frac{X_{IN}}{Z_0}\right)}{\frac{2\pi}{c} f_0 \sqrt{\epsilon_r}}$$
(10.55)

Analogamente, se si considera una linea in aperto, si avrà:

$$X_{IN} = -\frac{Z_0}{\tan(\beta I)} = -\frac{Z_0}{\tan\left(\frac{2\pi}{\lambda}I\right)} = -\frac{Z_0}{\tan\left(\frac{2\pi I}{c}f_0\sqrt{\epsilon_r}\right)}$$
(10.56)

da cui si ricava

$$\pi - \arctan\left(\frac{Z_0}{X_{IN}}\right) = \frac{2\pi I}{c} f_0 \sqrt{\varepsilon_r}$$

$$I = \frac{\pi - \arctan\left(\frac{Z_0}{X_{IN}}\right)}{\frac{2\pi}{c} f_0 \sqrt{\varepsilon_r}}$$
(10.57)

e quindi:

Si noti, infine, che in questi conti è stato considerato un modello del cavo a linea di trasmissione ideale e, al fine di semplificare i calcoli, sono stati trascurati i parassiti.

Le equazioni sopra riportate sono spesso implementate in CAD specifici, forniti dalle case costruttrici dei risonatori ceramici, che consentono, a partire dalla frequenza di lavoro, dal valore di induttanza e da altri parametri come il desiderato fattore di merito di risalire alla sigla del componente da acquistare.

10.8.b Oscillatore con risonatore ceramico

Gli oscillatori che utilizzano risonatori ceramici sono comunemente indicati con il nome di oscillatori ceramici (CRO). Una possibile configurazione per questi oscillatori è mostrata in Fig. 10.23.



Fig. 10.23

Il dimensionamento è condotto supponendo inizialmente di eliminare la transizione e di considerare il transistor chiuso in uscita su di un carico pari a 50 Ω .

Il primo passo della sintesi dell'oscillatore consiste nel dimensionare l'elemento puramente reattivo Z_3 al fine di ottenere il $|S'_{11}|$ massimo ed in ogni caso maggiore di 1. Questo può essere fatto seguendo la procedura descritta nel precedente paragrafo.

Il secondo passo consiste nel dimensionare il circuito risonante in ingresso al fine di ottenere la desiderata frequenza di oscillazione. Poiché il circuito equivalente di un risonatore dielettrico è un RLC parallelo deve essere verificata la condizione di risonanza parallelo. Indicata con $Y_D = G_D + jB_D$ l'ammettenza di ingresso del transistor controreazionato, il circuito risonante dovrà presentare un'ammettenza $Y_L = G_L + jB_L$ tale che risulti:

$$G_L + G_D < 0$$
 (10.58)

$$B_L + B_D = 0$$
 (10.59)

Date la basse perdite associate al risonatore dielettrico la (10.58) è quasi sempre verificata. Al fine di soddisfare la (10.59) bisognerà scegliere un risonatore dielettrico per il quale, alla richiesta frequenza di risonanza, risulti $B_L = -B_D$. Essendo il comportamento in ingresso dei transistor tipicamente di tipo capacitivo, questa condizione è verificata facendo operare il risonatore ceramico nella regione induttiva a sinistra della prima risonanza parallela. La lunghezza del risonatore può essere scelta utilizzando le equazioni (10.55) (10.57). Tuttavia le case costruttrici dei risonatori forniscono dei CAD tramite i quali, fissato il desiderato valore di induttanza e la frequenza di risonanza (tipicamente tra il 10 e il 30% maggiore della frequenza di lavoro) viene indicato direttamente il codice del componente da ordinare ed i parametri da inserire nel CAD di simulazione. Se la condizione $B_L + B_D = 0$ non è soddisfatta alla frequenza di progetto, si può aggiungere un condensatore (o un varactor) in parallelo al circuito risonante.

Al fine di verificare la correttezza del dimensionamento è utile valutare, tramite il plot di Nyquist, l'intercetta con l'asse positivo delle ascisse e quindi verificare se nel circuito si possono instaurare delle oscillazioni e la loro frequenza. Inoltre, fatto estremamente importante, è anche possibile vedere se il circuito presenta delle oscillazioni spurie a frequenze diverse da quella di progetto.

Se l'analisi con Nyquist fornisce risultati positivi il componente così realizzato è in grado di oscillare su di un carico pari a 50 Ω . Utilizzando dei CAD nei quali siano implementate tecniche di analisi per strutture non lineari è poi possibile valutare le prestazioni dell'oscillatore in termini di effettiva frequenza di risonanza, potenza di uscita, armoniche e rumore di fase.

Utilizzando questi CAD è anche possibile dimensionare la rete di transizione in uscita per ottimizzare le prestazioni dell'oscillatore in termini di rumore di fase, potenza di uscita, armoniche, etc.

10.9 Oscillatore a Risonatore dielettrico (DRO)

10.9.a Risonatore dielettrico

I risonatori dielettrici (Dielectric Resonator, DR) sono realizzati con dei cilindretti di materiale ceramico di alta permittività alto fattore di merito e stabili in temperatura.

Allo stato attuale, per la realizzazione dei risonatori dielettrici vengono utilizzati diversi materiali ceramici con costanti dielettriche variabili tra 30 e 100. Le dimensioni di questi risonatori, per una data frequenza di funzionamento, sono, rispetto a quelle dei risonatori realizzati con cavità metalliche vuote, inferiori di un fattore circa pari alla radice di ε_r .

In Fig. 10.24 sono riportate la geometria e le linee di forza del campo elettrico e magnetico per il modo $TE_{01\delta}$ di un risonatore di forma cilindrica (*). Come si vede (Fig. 10.24) le linee di forza del campo elettrico sono delle circonferenze concentriche intorno all'asse del cilindro mentre quelle del campo magnetico sono degli ellissoidi che giacciono nel piano meridiano.

 $^{^{(*)}}$ Si ricorda che l'indice 0 indica l'ordine della funzione di Bessel dalle cui radici è possibile calcolare la frequenza di risonanza del modo, l'indice 1 indica l'ordine della radice, l'indice reale δ indica che la variazione spaziale del campo l'ungo l'asse del risonatore è un multiplo non intero di mezza lunghezza d'onda. Maggiori dettagli possono essere trovati in: D. Kajfez, P. Guillon: Dielectric resonator, A. House, 1986.



Fig. 10.25

Le perdite, e quindi il fattore di merito di questo modo, sono essenzialmente connesse alle perdite nel dielettrico e per e si ottengono valori di Q compresi tra 1000 e 10000 a frequenze comprese tra 1 e 30 GHz

Il coefficiente di temperatura della frequenza di risonanza include l'effetto combinato del coefficiente di temperatura della permittività e dell'espansione termica del dielettrico. Valori tipici per questo coefficiente variano tra -9 e +9 ppm/°C (ppm = parti per milione); i valori positivi sono preferiti in quanto possono compensare le variazioni in temperatura della frequenza degli oscillatori a transistors (che sono negative).

Il montaggio del DR viene generalmente realizzato come in Fig. 10.25. Il risonatore è posto sopra il substrato della microstriscia: in questo modo il campo magnetico della microstriscia è in grado di eccitare il modo $TE_{01\delta}$. La distanza laterale tra il risonatore e la linea determina il grado di accoppiamento tra i due.

Il circuito equivalente di un risonatore accoppiato alla linea a microstriscia (Fig. 10.26.a) è mostrato in Fig. 10.26.b. In figura, L_s , C_s ed R_s modellano il risonatore nell'intorno della frequenza di risonanza, mentre L_1 e L_m modellano l'accoppiamento magnetico.



Fig. 10.26

Tra le quantità mostrate in Fig. 10.26.b valgono le seguenti relazioni:

$$\mathbf{V}_{1} = j\omega \mathbf{L}_{1} \mathbf{I}_{1} + j\omega \mathbf{L}_{m} \mathbf{I}_{s}$$

$$\mathbf{V}_{s} = j\omega \mathbf{L}_{s} \mathbf{I}_{s} + j\omega \mathbf{L}_{m} \mathbf{I}_{1}$$
(10.60)

L'impedenza d'ingresso Z_{in} è data da:

$$Z_{\text{in}} = \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{I}_1} = j\omega \mathbf{L}_1 + j\omega \mathbf{L}_m \frac{\mathbf{I}_s}{\mathbf{I}_1}$$
(10.61)

Essendo:

$$\mathbf{I}_{1} = \frac{\mathbf{V}_{s} - j\omega \mathbf{L}_{s}\mathbf{I}_{s}}{j\omega \mathbf{L}_{m}} = -\frac{\left(\mathbf{R}_{s} + \frac{1}{j\omega \mathbf{C}_{s}}\right)\mathbf{I}_{s} + j\omega \mathbf{L}_{s}\mathbf{I}_{s}}{j\omega \mathbf{L}_{m}}$$
(10.62)

si ottiene:

$$Z_{in} = j\omega L_1 + \frac{\omega^2 L_m^2}{R_s + j\omega \left(L_s - \frac{1}{\omega^2 C_s}\right)}$$
(10.63)

Nella (10.63), in vicinanza della frequenza di risonanza, j ωL_1 può essere trascurato. Introducendo il fattore di qualità per il risonatore non caricato: $Q_{us} = \omega_0 L_s/R_s$ con $\omega_0 = 1/\sqrt{L_s C_s}$, l'impedenza d'ingresso nell'intorno della frequenza di risonanza ($\omega = \omega_0 + \Delta \omega$) diventa:

$$Z_{\text{in}} = \omega_0 Q_{\text{us}} \frac{L_m^2}{L_s} \frac{1}{1 + j2Q_{\text{us}} \left(\frac{\Delta \omega}{\omega_0}\right)}$$
(10.64)

Poiché la (10.64) è l'impedenza d'ingresso, intorno alla risonanza, di un circuito risonante parallelo ($Q_{up} = R_p/\omega_0 L_p$), si può schematizzare la struttura in esame come in Fig. 10.27.



Fig. 10.27

Imponendo che i due circuiti risonanti (Fig. 10.26 e Fig. 10.27) abbiano la stessa frequenza di risonanza ($L_SC_S = L_PC_P$)e lo stesso fattore di merito non caricato ($Q_{us} = Q_{up}$) si ottiene:

$$L_{p} = \frac{L_{m}^{2}}{L_{s}}$$
: $C_{p} = \frac{L_{s}}{\omega_{0}^{2}L_{m}^{2}}$; $R_{p} = \frac{\omega_{0}Q_{us}L_{m}^{2}}{L_{s}}$. (10.65)

Definendo il Q caricato come:

$$Q_{Lp} = \frac{R_p //2Z_0}{\omega_0 L_p}$$
(10.66)

ed il Q esterno (Q_{ep}) come il Q del risonatore ideale con le perdite date dal carico esterno:

$$Q_e = \frac{2Z_0}{\omega_0 L}$$
(10.67)

si ha:

$$\frac{1}{Q_{Lp}} = \frac{1}{Q_{ep}} + \frac{1}{Q_{up}}$$
(10.68)

Si definisce coefficiente di accoppiamento il rapporto tra il Q non caricato e quello esterno:

$$\beta = \frac{Q_{up}}{Q_{ep}} = \frac{R_p}{2Z_0} = \frac{\omega_0 Q_{us}}{2Z_0} \frac{L_m^2}{L_s}$$
(10.69)

Poiché il β dipende da L_m, esso dipenderà dalla distanza tra il risonatore e la microstriscia. Si parla di accoppiamento critico quando β = 1. In questo caso la potenza dissipata nel risonatore è uguale a quella dissipata nel circuito esterno. Tramite il coefficiente β è anche possibile correlare il fattore di qualità del risonatore isolato (Q_{up}) con quello del risonatore caricato (Q_{Lp}) e si ha:

$$Q_{up} = Q_{Lp}(1+\beta)$$

Infine, per la struttura riportata in Fig. 10.27 è possibile valutare la matrice di scattering tra le bocche 1 e 2 e si ottiene:

$$S = \begin{bmatrix} \frac{\beta}{\beta + 1 + j2Q_{up}} \frac{\Delta \omega}{\omega_{0}} & \frac{1 + j2Q_{up}}{\beta + 1 + j2Q_{up}} \frac{\Delta \omega}{\omega_{0}} \\ \frac{1 + j2Q_{up}}{\beta + 1 + j2Q_{up}} \frac{\Delta \omega}{\omega_{0}} & \frac{\beta}{\beta + 1 + j2Q_{up}} \frac{\Delta \omega}{\omega_{0}} \\ \frac{\beta + 1 + j2Q_{up}}{\beta + 1 + j2Q_{up}} \frac{\Delta \omega}{\omega_{0}} & \frac{\beta}{\beta + 1 + j2Q_{up}} \frac{\Delta \omega}{\omega_{0}} \end{bmatrix}$$
(10.70)

Poiché tipicamente i risonatori vengono fatti lavorare sovraccoppiati ($\beta >> 1$), alla frequenza di risonanza ($\Delta \omega = 0$) risulta: $S_{11} \cong 1$ e $S_{21} \cong 0$. Quindi il risonatore accoppiato alla linea a microstriscia alla risonanza si comporta come un aperto.

10.9.b Oscillatore con risonatore dielettrico

Gli oscillatori che utilizzano risonatori dielettrici sono comunemente indicati con il nome di oscillatori a risonatore dielettrico (Dielectric Resonator Oscillator - DRO). Una possibile configurazione per questi oscillatori è mostrata in Fig. 11.18.



Fig. 10.28

Dopo aver opportunamente reazionato il transistor, il passo successivo di progetto consiste nel determinare il valore del coefficiente di riflessione Γ_1 in Fig. 10.28 tale da verificare la condizione di innesco delle oscillazioni. Essendo il risonatore dielettrico modellabile come un circuito RLC parallelo ed essendo, nei casi pratici, spesso verificata la condizione $Y_0 > |G_D|$ dovrà essere:

$$|\Gamma_{\rm L}| |{\rm S'}_{11}| > 1 \tag{10.71}$$

$$\angle \Gamma_{\rm L} + \angle {\rm S'}_{11} = 0. \tag{10.72}$$

Per il dimensionamento $|\Gamma_L| \in \angle \Gamma_L$ si possono utilizzare due specifiche procedure. Per quel che riguarda il $|\Gamma_L|$ questo dipende dal tipo di DR utilizzato e dalla distanza tra il DR e la linea a microstriscia. Questo legame è stato valutato in precedenza (vedi termine S₁₁ in Eq. (10.47)) ed inserito nella (10.70) si ottiene:

$$\left|\Gamma_{L}\right| = \frac{\beta}{\beta + 1 + j2Q_{up}\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}} > \left|\frac{1}{S_{11}'}\right|$$
(10.73)

Vi sono in commercio vari software, spesso forniti dalle stesse case che producono i risonatori dielettrici, tramite i quali è possibile valutare $|\Gamma_1|$ a partire dalle dimensioni del risonatore, dalle sue caratteristiche dielettriche e dalla distanza tra il risonatore e la microstriscia. Quindi, variando i suddetti parametri è possibile trovare un valore di $|\Gamma_L|$ che soddisfi la (10.73).

Per soddisfare la condizione di risonanza per la fase si utilizza il tratto di linea lungo L. Si noti infatti che alla risonanza il DR è puramente resistivo, e risulta $R_{1p} > Z_0$, per cui la sua fase è zero e quindi il tratto L deve essere scelto per avere:

$$-2\beta L + \angle S'_{11} = 0 \tag{10.74}$$

Al fine di verificare la correttezza del dimensionamento è utile effettuare l'analisi con il criterio di Nyquist precedentemente descritto. Valutando tramite il plot di Nyquist l'intercetta con l'asse positivo delle ascisse si può verificare se nel circuito si instaureranno delle oscillazioni e valutare la loro frequenza. Inoltre, fatto estremamente importante, è anche possibile vedere se il circuito presenta delle oscillazioni spurie a frequenze diverse da quella di progetto.

Se l'analisi con Nyquist fornisce risultati positivi il componente così realizzato è in grado di oscillare su di un carico pari a 50 Ω . Utilizzando dei CAD nei quali siano implementate tecniche di analisi per strutture non lineari è poi possibile valutare le prestazioni dell'oscillatore in termini di effettiva frequenza di risonanza (*), potenza di uscita, armoniche e rumore di fase.

^(*) Se il dimensionamento è stato condotto correttamente la frequenza di oscillazione calcolata con il CAD non lineare sarà molto vicina a quella valutata con l'analisi lineare.

Utilizzando questi CAD è anche possibile dimensionare la rete di transizione in uscita per ottimizzare le prestazioni dell'oscillatore in termini di rumore di fase, potenza di uscita, armoniche, etc.

10.10 Oscillatori a frequenza variabile

Negli oscillatori a frequenza variabile l'elemento attivo deve presentare una resistenza negativa su tutta la banda di interesse. Come elemento risonante a frequenza variabile si utilizzano tipicamente delle sfere di YIG o dei varactor. Gli oscillatori con YIG possono coprire delle ampie bande ma sono lenti, viceversa quelli a varactor sono veloci ma riescono a coprire solo delle bande limitate.

10.10.a Oscillatore YIG

I risonatori Yittrium-Iron-Garnet (YIG) sfruttano il principio per cui, se una sfera di questa ferrite è posta in un campo magnetico statico $H_0=H_0z_0$, essa si comporta come un risonatore ad una frequenza proporzionale ad H_0 . Quindi la frequenza di risonanza può essere variata variando il campo magnetico di polarizzazione.

Quando la ferrite è posta in un campo magnetico statico H₀ i dipoli magnetici al suo interno tendono ad allinearsi parallelamente al campo, con un movimento a spirale che avviene con velocità angolare ω_0 (con ω_0 pulsazione naturale di precessione). L'allineamento dei dipoli produce una magnetizzazione M (momento magnetico per unità di volume) e quindi un'induzione magnetica B che nel sistema CGS si esprime come: B = H₀ + 4 π M (*). Al crescere del campo magnetico statico applicato, l'induzione B ha qualitativamente l'andamento riportato in Fig. 10.29a.



^(*) Si ricorda che nel sitema CGS le grandezze B, H, M si misurano in Gauss o Oersted (Oe) e risulta: 1 Gauss = 1 Oersted \approx 80 A/m ed inoltre 1 Tesla = 10⁴ Gauss.

Come mostrato in figura, al crescere di H_o M satura e per H_o = H_c raggiunge il valore 4π M_s con M_s magnetizzazione di saturazione. Tipicamente risulta H_c ≈1 Gauss mentre 4π M_s ≈ 1780 Gauss per YIG puro e ≈ 250 Gauss per YIG drogato con Gallio. Per campi maggiori di H_c, M non cresce più mentre B seppur lentamente continua a crescere tuttavia, essendo M molto maggiore di H₀, si può ritenere che anche B saturi.

Se si applica alla ferrite anche un campo a radiofrequenza (h) perpendicolare ad H₀ il vettore M forma un angolo ϕ (precessione) con H₀ e ruota alla frequenza del campo a radiofrequenza intorno all'asse z (Fig. 10.29b). M può essere visto come la somma di M_S e di due componenti M_x ed M_y variabili sinusoidalmente nel tempo di eguale ampiezza ed in quadratura. L'angolo $\phi \cong 0$ e quindi M_x ed M_y sono in genere piccoli eccetto che alla frequenza naturale di precessione dei dipoli magnetici (f₀ = ω_0 / 2 π). A questa frequenza, M_x ed M_y crescono notevolmente (diventano infiniti in assenza di perdite).

Questa frequenza è data da:

$$f_0(MHz) = \gamma H_0$$
 (10.75)

dove γ = rapporto giromagnetico = 2.8 MHz/Oe

Il fattore di qualità del risonatore isolato (Q_u) può essere espresso in funzione della banda frazionale (BW) o, analogamente, in funzione dell'allargamento di riga ΔH (*). Si dimostra che si ha:

$$Q_{U} = \frac{H_{0} - \frac{1}{3}4\pi M_{s}}{\Delta H} = \frac{f_{0}(MHz) - \frac{1}{3}4\pi M_{s}\gamma}{\Delta H\gamma}$$
(10.76)

Per f = f_c = $(1/3)4\pi MS\gamma$ si ha Q_u = 0 quindi perdite infinite. Questa frequenza vale circa 1600 MHz per il YIG puro e circa 200 MHz per il YIG drogato.

Per operare con basse perdite si sceglie:

$$f > 2f_c = \frac{2}{3} 4\pi M_s \gamma \tag{10.77}$$

Per un YIG puro si deve quindi operare a frequenze f > 3.2 GHz mentre per quello drogato si deve scegliere f > 400 MHz.

Da un punto di vista macroscopico il funzionamento dei YIG si comprende se si osserva la relazione tensoriale che esiste tra l'induzione magnetica b ed il campo magnetico h in una ferrite magnetizzata secondo l'asse z e nell'ipotesi di assenza di perdite nel materiale:

^(*) L'allargamento di riga ΔH è il valore per cui il modulo dell'impedenza d'ingresso del risonatore, visto come componente ad una bocca, si riduce di 3 dB. Per maggiori dettagli si veda: P.M. Ollivier: IEEE J. Sol. Stat. Circ., vol. 7, 54-60, 1972.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{b}_{x} \\ \mathbf{b}_{y} \\ \mathbf{b}_{z} \end{bmatrix} = \mu_{0} \begin{bmatrix} \mu_{1} & j\mu_{2} & 0 \\ -j\mu_{2} & \mu_{1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{x} \\ \mathbf{h}_{y} \\ \mathbf{h}_{z} \end{bmatrix}$$
(10.78)

Nella espressione del tensore di permeabilità magnetica si nota la presenza delle quantità:

$$\mu_1 = 1 + \frac{\rho}{1 - \tau^2} \qquad \qquad \mu_2 = \frac{\rho \tau}{1 - \tau^2} \qquad (10.79)$$

dove:

$$\rho = \frac{M_s}{H_0} \qquad \qquad \tau = \frac{\omega}{\omega_0} \tag{10.80}$$

Le quantità μ_1 e μ_2 , per ω tendente ad ω_0 , tendono ad infinito. Quindi, in prossimità della pulsazione ω_0 , essendo alcune componenti del tensore μ di valore elevato, basta avere un piccolissimo valore di h per ottenere valori sensibili di b.

L'effetto di risonanza elettronica può essere sfruttato in un componente come quello di Fig. 10.30.a. In esso, al centro di un loop, è disposta una sferetta di ferrite magnetizzata. In Fig. 10.30.b è mostrato il corrispondente circuito equivalente nell'intorno della frequenza di risonanza: esso è costituito da un circuito risonante parallelo in serie all'induttanza del loop.



In assenza di ferrite si avrebbe solo l'induttanza L_I. A causa della ferrite che viene saturata lungo l'asse z, il campo magnetico a radiofrequenza $h = h_y y_0$ prodotto dalla spira genera un'induzione:

$$\underline{\mathbf{b}} = \mathbf{b}_{x} \, \underline{\mathbf{x}}_{o} + \mathbf{b}_{y} \, \underline{\mathbf{y}}_{o} = j\mu_{0}\mu_{2}\mathbf{h}_{y} \, \underline{\mathbf{x}}_{o} + \mu_{0}\mu_{1}\mathbf{h}_{y} \, \underline{\mathbf{y}}_{o} \tag{10.81}$$

La componente b_y si concatena con la spira inducendo una tensione all'ingresso del loop. Tale tensione è massima per $\omega = \omega_0$ e decresce rapidamente all'allontanarsi di ω da ω_0 .

In conclusione quando la struttura in esame è eccitata alla frequenza di risonanza del materiale ferromagnetico ai capi della spira si induce una elevata tensione con una bassa corrente quindi si ha un comportamento tipo circuito aperto mentre allontanandosi da questa frequenza la struttura si comporta come un corto. Quindi, il comportamento globale è simile a quello del risonatore parallelo mostrato in Fig. 5.30.b. Per questi risonatori si ottengono fattori di qualità compresi tra 500 e 2000.

Negli oscillatori a larga banda sintonizzabili si pone l'enfasi, principalmente all'ottenimento della più larga banda possibile piuttosto che sulla potenza di uscita.

Per questo motivo si segue un approccio diverso rispetto a quello utilizzato negli oscillatori a frequenza fissa. Con riferimento allo schema di Fig. 10.31, il primo step consiste nel progettare $X_2(\omega)$, R_2 , $X_3(\omega)$ in modo tale che l'elemento di sintonia (Z_1) veda un impedenza (Z_{IN}) avente una parte reale negativa nella banda di frequenze desiderata. Deve inoltre risultare Z_{IN} induttiva (capacitiva) in modo che la frequenza di oscillazione si avrà dove il risonatore appare capacitivo (induttivo) vicino alla sua frequenza di risonanza.



Fig. 10.31

Per far questo si valuta la matrice di scattering del transistor visto come componente a due porte [S'] a partire da quella del tre porte [S]; dopodiché il due porte è convertito in un componente ad una porta in base alla:

$$\Gamma_{\rm IN} = {\bf S}_{11}' + \frac{{\bf S}_{12}' {\bf S}_{21}'}{\frac{1}{\Gamma} - {\bf S}_{22}}$$
(10.82)

Ricordando che i parametri di [S'] sono collegati a Γ_3 , la relazione (10.75) può essere utilizzata per studiare Γ_{IN} per ogni combinazione di Γ_2 e Γ_3 e quindi può essere utilizzata per progettare Γ_2 e Γ_3 al fine di ottenere una resistenza negativa su di un'ampia banda.

10.10.b Oscillatore a varactor

Un possibile schema di un oscillatore a varactor è mostrato in Fig. 10.32. Anche in questo caso si pone l'accento sull'impedenza vista dall'elemento sintonizzabile. In questo caso si deve avere $G_{IN}(\omega) < 0$ nella banda di interesse ed inoltre, come si comprenderà meglio nel seguito, si deve fare in modo che nella stessa banda si abbia $B_{IN}(\omega) < 0$.



Fig. 10.32

Per il progetto degli oscillatori a varactor è utile riportare graficamente l'andamento della $G_{IN}(\omega)$ e della $B_{IN}(\omega)$ in funzione di ω (Fig. 10.33).

Poiché la capacità del varactor varia tra C_{MIN} e C_{MAX} e poiché la banda di sintonia è limitata alle frequenze per cui è verificata la condizione (di risonanza) $B_s = -B_d$, si ha:



Fig. 10.33

$$C_{MIN} \omega_{MAX} = -B_{IN}(\omega_{MAX})$$

$$(10.83)$$

$$C_{MAX} \omega_{MIN} = -B_{IN}(\omega_{MIN})$$

Anche la relazione (10.83) è mostrata in Fig. 10.33. Come si vede dal grafico, la banda di sintonia (ω_{MAX} - ω_{MIN}) è inferiore alla banda in cui la conduttanza è negativa.

Per aumentare la banda di sintonia si può inserire una induttanza in parallelo all'ingresso (induttanza tratteggiata in Fig. 10.33).

In questo caso si ha:

$$C_{MIN} \omega_{MAX} = -B(\omega_{MAX}) + \frac{1}{L\omega_{MAX}}$$

$$C_{MAX} \omega_{MIN} = -B(\omega_{MIN}) + \frac{1}{L\omega_{MIN}}$$
(10.84)

Facendo il rapporto tra le due espressioni (10.84) e nell'ipotesi di L piccolo si ottiene :

$$\frac{C_{\text{MIN}}}{C_{\text{MAX}}}\frac{\omega_{\text{MAX}}}{\omega_{\text{MIN}}} = \frac{\omega_{\text{MIN}}}{\omega_{\text{MAX}}}$$
(10.85)

da cui segue:

$$\frac{\omega_{\text{MAX}}}{\omega_{\text{MIN}}} = \sqrt{\frac{C_{\text{MAX}}}{C_{\text{MIN}}}}$$
(10.86)

Quindi il massimo rapporto tra gli estremi della banda di sintonia è legato alla radice quadrata del rapporto tra il valore massimo ed il valore minimo che può essere assunto dalla capacità del varactor.