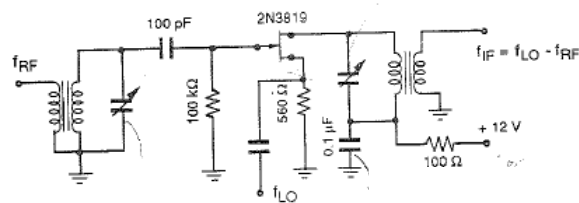


MIXER utilizzando FET

- Lo schema di MIXER utilizza un JFET, che ha una caratteristica tensione-corrente di tipo quadratico e pertanto permette di migliorare la linearità del circuito: sono presenti meno armoniche e IMD di ordine superiore al secondo.



- Lo schema presentato non è bilanciato ma ovviamente anche con i FET si può costruire un circuito come quello mostrato in precedenza.

1

MIXER utilizzando FET

- Il segnale RF viene portato in ingresso attraverso un trasformatore a ferrite accordato, che consente tra l'altro di cancellare eventuali armoniche di ordine superiore contenute nel segnale (i.e. frequenza immagine).
- Il gate è polarizzato a massa attraverso la resistenza da 100 KΩ, il source a tensione negativa attraverso la resistenza da 560 Ω (per esempio a $V_{GS} = V_p/2$).
- L'uscita è accordata a IF attraverso il trasformatore a ferrite accordato.

2

MIXER utilizzanti FET

- Il guadagno di conversione del MIXER a FET può essere calcolato assumendo una caratteristica quadratica per il FET:

$$I_D = I_{DSS} \cdot \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P}\right)^2$$

$$g_m = \frac{dI_D}{dV_{GS}} = -\frac{2I_{DSS}}{V_P} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P}\right)$$

- da cui si può calcolare la corrente di uscita in presenza di un ingresso pari a:

$$V_{in} = \frac{V_P}{2} + (v_{RF} - v_{OL})$$

- supponendo di aver polarizzato a $V_{GS} = V_P/2$.

3

MIXER utilizzanti FET

- Per la corrente d'uscita si ottiene l'espressione:

$$I_D = I_{DSS} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{v_{RF} - v_{OL}}{V_P}\right)^2 = I_{DSS} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{v_{RF}^2 + v_{OL}^2}{V_P^2} - \frac{2 v_{RF} \cdot v_{OL}}{V_P^2} - \frac{v_{RF} - v_{OL}}{V_P}\right)$$

- Il circuito accordato ad RF permette di estrarre il solo termine misto che, in presenza di segnali sinusoidali, presenta un contributo ad IF:

$$\hat{V}_{IF} \propto \frac{I_{DSS} \hat{V}_{RF} \hat{V}_{OL}}{V_P^2}$$



$$A_{VC} \propto \frac{I_{DSS} \hat{V}_{OL}}{V_P^2}$$

4

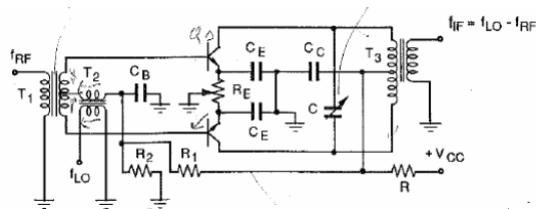
MIXER utilizzanti BJT

- Lo schema di MIXER bilanciato a BJT presenta 2 transistor a cui il segnale RF viene applicato in opposizione di fase.
- Le armoniche pari della corrente d'uscita e i prodotti IMD che contengono tali armoniche si cancellano.
- Il segnale generato dall'oscillatore locale viene applicato in fase ai 2 BJT che lavorano in Classe A : pertanto le relative correnti di collettore prodotte in uscita si cancellano → il MIXER è bilanciato.

5

MIXER utilizzanti BJT

- I segnali in ingresso a RF ed LO vengono forniti attraverso trasformatori con nuclei ferromagnetici, in grado di lavorare a larga banda.

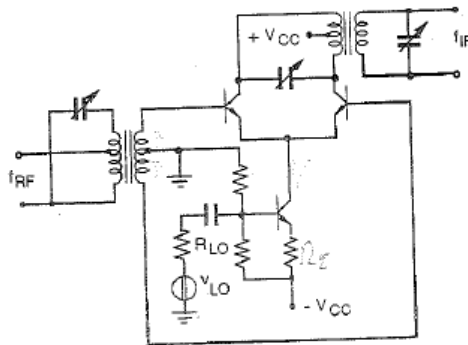


- In uscita il trasformatore a ferrite è accordato a IF tramite la capacità C.
- La linearità del circuito viene migliorata attraverso la resistenza R_E che consente di compensare eventuali sbilanciamenti tra i 2 rami.

6

MIXER utilizzando MOLTIPLICATORI

- Un MIXER bilanciato può essere realizzato utilizzando un moltiplicatore a 2 quadranti.



7

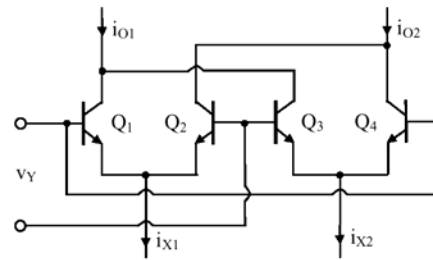
MIXER utilizzando MOLTIPLICATORI

- Se i transistor sono identici il segnale OL non arriva in uscita (si cancella sul primario del trasformatore d'uscita).
- Il trasformatore a ferrite in uscita è accordato a **IF** e consente di prelevare il segnale.

8

MIXER utilizzando MOLTIPLICATORI

- Una struttura a 4 quadranti è ottenuta facendo in modo da avere in ingresso al moltiplicatore un segnale i_X che può assumere sia valore positivo che negativo.



$$i_X = i_{X1} - i_{X2}$$

$$i_O = i_{O1} - i_{O2}$$

- La presenza di coppie di giunzioni permette anche di compensare in temperatura.

9

MIXER utilizzando MOLTIPLICATORI

- Un MIXER doppiamente bilanciato può essere realizzato utilizzando un moltiplicatore a 4 quadranti. Per il segnale d'uscita alla cella di Gilbert si ha:

$$i_O = \alpha_F i_X \cdot \tanh \frac{v_Y}{2V_T}$$

- Nel caso specifico di segnale sinusoidale si ottiene:

$$Y = \tanh \frac{v_Y}{2V_T} = \sum_{n=1,3,\dots,2k-1,\dots} \left[\frac{\text{sen}(n \cdot \pi/2)}{n \cdot \pi/2} \cdot \cos(n\omega_{LO}t) \right]$$

10

MIXER utilizzando MOLTIPLICATORI

- Se il segnale di ingresso a RF è sinusoidale:

$$i_{RF} = A_{RF}^* \cdot \cos[\omega_{RF}t + \phi_M(t)]$$

- per il segnale d'uscita (dopo il filtro a IF) si ottiene:

$$i_{IF} = \alpha_F \cdot i_{RF} \cdot Y$$

$$i_{IF} = i_O = \frac{1}{\pi} A_{RF}^* \cdot \cos[\omega_{IF}t - \phi_M(t)]$$

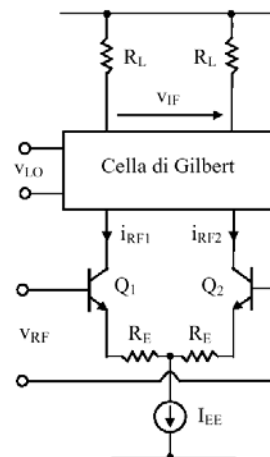
11

MIXER utilizzando MOLTIPLICATORI

- Un MIXER doppiamente bilanciato è ottenuto con la struttura seguente:

$$i_{RF} = i_{RF1} - i_{RF2} = \frac{g_{m1,2}}{1 + g_{m1,2}R_E} \cdot v_{RF}$$

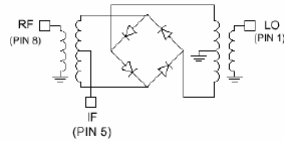
$$v_{IF} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{g_{m1,2}}{1 + g_{m1,2}R_E} \cdot A_{RF} \cdot \cos[\omega_{IF}t - \phi_M(t)] \cdot R_L$$



12

MIXER utilizzanti DIODI

- Uno schema di MIXER **doppiamente bilanciato** può essere realizzato anche con lo schema che contiene diodi.



- Le simmetrie presenti nel circuito permettono di evitare che i segnali RF e OL vadano sulla porta di uscita.
- Il segnale OL permette di polarizzare i diodi in stato di OFF o di ON con le semionde negativa e positiva rispettivamente.
- La funzione di trasferimento è la stessa trovata per il mixer a cella di Gilbert

13

II MOLTIPLICATORI come Rivelatore di fase

- Un moltiplicatore analogico seguito da un filtro può essere utilizzato per realizzare un rivelatore di fase (ad esempio in un PLL).
- Se i 2 segnali di ingresso sono sinusoidi alla stessa frequenza ma fase diversa:

$$\begin{aligned} v_1 &= A_1 \cdot \sin(\omega_1 t) \\ v_2 &= A_2 \cdot \sin(\omega_1 t + \phi) \end{aligned}$$

14

II MOLTIPLICATORI come Rivelatore di fase

- in uscita si ottiene:

$$V_{\text{out}} = \frac{A_1 \cdot A_2}{2} \cdot [\cos(\phi) - \cos(2\omega_1 t + \phi)]$$

- e con il LPF si elimina la componente a frequenza doppia.
- Si noti che il guadagno K_p del rivelatore di fase dipende dall'ampiezza dei segnali in ingresso.
- In un PLL, ad aggancio avvenuto, i 2 segnali sono sfasati di $\pi/2$.

15

Rivelatori di fase digitali: porta XOR

- Tali circuiti sono generalmente realizzati in tecnologia CMOS e prevedono in ingresso segnali digitali con ampiezze pari a 0 e V_{DD} (almeno idealmente), ottenuti attraverso comparatori.
- Come rivelatore di fase può essere utilizzata una porta **XOR**, in questo caso per il PLL la situazione di equilibrio è quella per cui le 2 onde quadre sono sfasate di 90° .
- All'uscita del rivelatore di fase si genera un'onda a frequenza doppia.

16

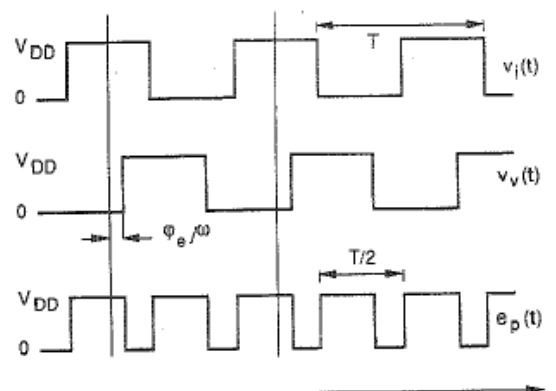
Rivelatori di fase digitali: porta XOR

- Il valor medio (estratto con il LPF) vale in questo caso $V_{DD}/2$ e sintonizza il VCO sulla sua frequenza centrale.
- Per trovare la transcaratteristica di tale rivelatore di fase, supponiamo che ci sia un errore di fase φ_e tra il segnale d'ingresso e quello in uscita dal VCO.
- In questo caso l'uscita della porta XOR ha valor medio maggiore di $V_{DD}/2$:

$$\langle e_p(t) \rangle = \frac{V_{DD}}{2} + V_{DD} \frac{\varphi_e}{\pi}$$

17

Rivelatori di fase digitali: porta XOR



18

Rivelatori di fase digitali: porta XOR

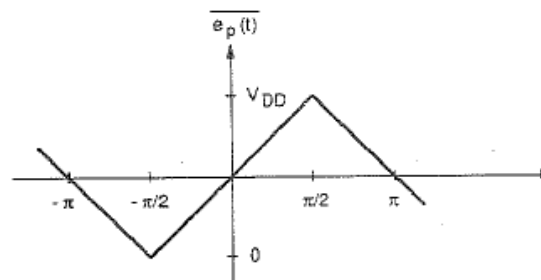
- La caratteristica è pertanto lineare soltanto nell'intervallo $[-\pi/2, \pi/2]$: una discontinuità della derivata prima è infatti presente nei punti $\pm \pi$.
- Il guadagno del rivelatore di fase è costante e vale:

$$k_p = \frac{V_{DD}}{\pi}$$

- e il valore massimo del segnale in uscita è pari a $K_p \cdot \pi/2$.

19

Rivelatori di fase digitali: porta XOR



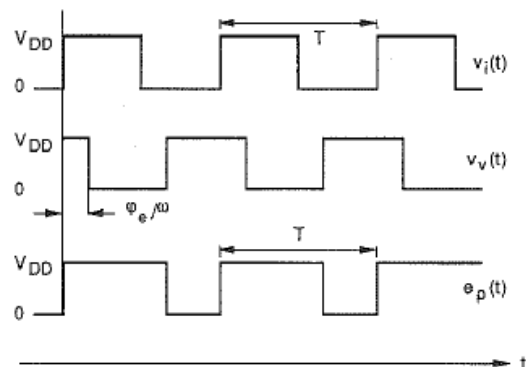
20

Rivelatori di fase digitali: cella SR

- Una cella SR che commuti sui fronti positivi può essere inserita in un PLL per realizzare un rivelatore di fase.
- Quando il PLL è agganciato lo sfasamento tra i 2 segnali d'ingresso è in questo caso pari a π .
- Supponiamo un errore di fase φ_e tra il segnale d'ingresso e quello in uscita dal VCO.

21

Rivelatori di fase digitali: cella SR



22

Rivelatori di fase digitali: cella SR

- La transcaratteristica è lineare per tutto l'intervallo $[-\pi, \pi)$, e all'uscita del LPF si ottiene un valore statico:

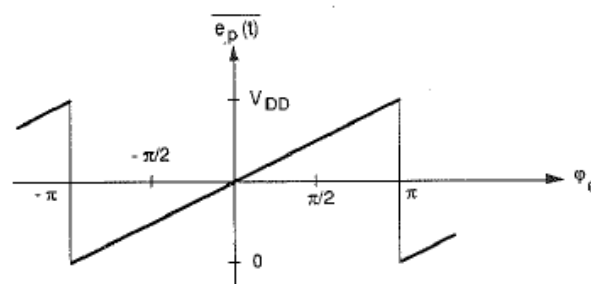
$$\langle e_p(t) \rangle = \frac{V_{DD}}{2} + V_{DD} \frac{\varphi_e}{2\pi}$$

- Il guadagno del rivelatore di fase vale:

$$k_p = \frac{V_{DD}}{2\pi}$$

23

Rivelatori di fase digitali: cella SR



24

Generalità sulla modulazione

- La modulazione di un segnale sinusoidale (**portante**) può essere effettuata variandone, proporzionalmente ad un segnale dato (**modulante**, che contiene l'informazione da trasmettere):
 - 1. L'ampiezza istantanea: Modulazione di ampiezza
 - 2. La fase istantanea: Modulazione di fase
 - 3. La derivata della frequenza istantanea: Modulazione di frequenza

25

Generalità sulla modulazione

- Il processo di modulazione produce allargamento dello spettro della portante (che è una riga), introducendo una banda laterale inferiore (**LSB**) e una superiore (**USB**) che contengono la stessa informazione.
- Se il segnale modulante ha uno spettro compreso tra 0 e f_{\max} , la banda complessiva occupata dal segnale modulato sarà:
 - $BW = 2 f_{\max}$ per la modulazione di ampiezza.
 - $BW = 2 f_{\max} (1 + \beta)$ per la modulazione di frequenza.
- dove β è l'indice di modulazione.

26

La modulazione di ampiezza

- La modulazione di ampiezza permette di modulare l'involuppo di una portante a frequenza ω_p e ampiezza V_p con un segnale $m(t)$ (con modulo minore di 1):

$$v(t) = V_p \cdot [1 + m(t)] \cdot \cos(\omega_p t)$$

- In particolare se si considera un segnale modulante sinusoidale:

$$m(t) = m_a \cdot \cos(\omega_s t)$$

- si ottiene per il segnale modulato:

$$v(t) = V_p \cdot \cos(\omega_p t) + \frac{m_a \cdot V_p}{2} \cdot \cos[(\omega_p - \omega_s)t] + \frac{m_a \cdot V_p}{2} \cdot \cos[(\omega_p + \omega_s)t]$$

- dove l'indice di modulazione di ampiezza m_a è supposto minore di 1.

27

La modulazione di ampiezza

- La singola componente spettrale del segnale modulante produce sia una componente sulla LSB che una sulla USB.
- Se la portante presenta una potenza complessiva P_p , ciascuna banda laterale richiede per una modulazione del 100 % una potenza pari a $0.25 \cdot P_p$.
- La potenza di picco massima per l'involuppo (PEP) è invece pari a $4 \cdot P_p$, come può essere messo in evidenza dalla rappresentazione effettuata con i fasori.

28

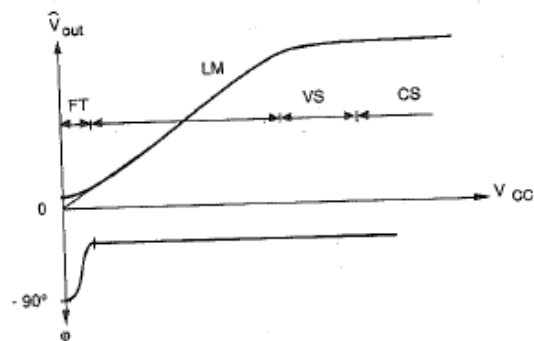
La modulazione di ampiezza

- Per la modulazione di ampiezza è possibile utilizzare un amplificatore con dispositivo attivo che funziona in zona di triodo.
- In tale regione di funzionamento infatti la tensione d'uscita è proporzionale alla tensione di alimentazione: al posto dell'alimentazione si inserisce il segnale modulante $m(t)$.

29

La modulazione di ampiezza

- In figura è mostrato l'andamento della tensione di picco di uscita in funzione della tensione di alimentazione.



30

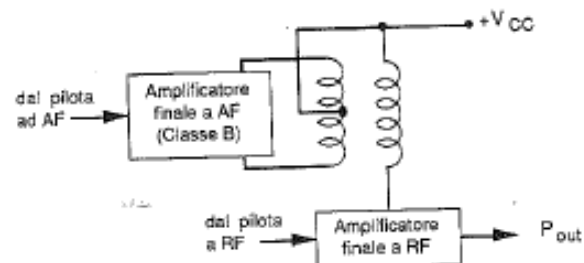
La modulazione di ampiezza

- La regione LM è quella che appunto permette la modulazione.
- Per tensioni V_{CC} più basse, il segnale va in uscita solo attraverso la capacità a ponte C_{μ} o C_{GD} (il transistor è spento), e quindi sfasata di 90° .
- Per tensioni al di sopra della zona di triodo la tensione d'uscita è invece indipendente dall'alimentazione.

31

Modulatori di ampiezza ad alto livello

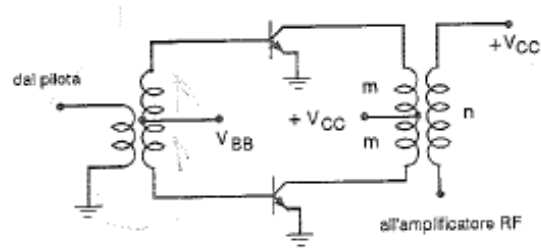
- Un modulatore di ampiezza può pertanto essere realizzato come in Figura.



32

Modulatori di ampiezza ad alto livello

- Il finale RF, che lavora in classe C, è “alimentato” dall’uscita di un finale ad audio frequenza (AF) in Classe B (per esempio quello mostrato in Figura).



33

Modulatori di ampiezza ad alto livello

- L’uscita del finale AF è accoppiato con l’ingresso di modulazione del finale RF attraverso un trasformatore.
- Tale modulatore è detto **ad alto livello** perché la modulazione viene effettuata direttamente sul segnale alla frequenza RF alla quale verrà trasmesso.

34

Modulatori di ampiezza ad alto livello

- Il finale AF non utilizza transistor complementari poiché i segnali vengono portati in opposizione di fase in ingresso ai 2 transistor attraverso un trasformatore BAL-UN.
- Bisogna però polarizzare le basi a tensione positiva (almeno pari alla tensione di soglia delle giunzioni) per evitare distorsioni di cross-over.
- In uscita le correnti (bilanciate) sui collettori dei 2 transistor vengono ricomposte attraverso un trasformatore BAL-UN e inviate al finale RF.

35

Modulatori di ampiezza ad alto livello

- Calcolo del rendimento di un modulatore d'ampiezza:

$$\eta = \frac{P_P + P_{SB}}{P_{AL_RF} + P_{AL_AF}}$$

- dove:

- 1. La potenza P_P della portante è legata al rendimento del finale RF:

$$\eta_{RF} = \frac{P_P}{P_{AL_RF}}$$

- 2. La potenza delle bande laterali P_{SB} è fornita dal finale AF ma va divisa per il rendimento del finale RF (entra dalla sua alimentazione):

$$\eta_{AF} = \frac{(P_{SB} / \eta_{RF})}{P_{AL_AF}}$$

36

Modulatori di ampiezza ad alto livello

- Pertanto il rendimento complessivo di un modulatore d'ampiezza ha l'espressione:

$$\eta = \frac{P_P + P_{SB}}{P_P / \eta_{RF} + P_{SB} / (\eta_{RF} \eta_{AF})}$$

- Nel caso di rendimento massimo per un finale in Classe B ($\eta_{RF} = \eta_{AF} = 0.785$) e coefficiente di modulazione pari a 1 ($P_{SB} = 0.5 P_P$) il rendimento ottenuto è pari al 72%.

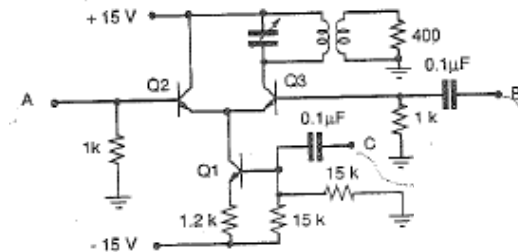
37

Modulatori di ampiezza a basso livello

- Il modulatore di ampiezza può essere realizzato anche modulando a frequenza più bassa di quella effettiva di trasmissione con un MIXER. Un successivo amplificatore finale RF provvederà a portarlo alla potenza richiesta per la trasmissione.
- Ad esempio un moltiplicatore a 2 quadranti può essere utilizzato come modulatore a basso livello.

38

Modulatori di ampiezza a basso livello



- Il segnale AF entra dalla base di Q1, la portante dalla base di Q3. La base di Q2 può essere utilizzata per controllare il guadagno dello stadio.

39

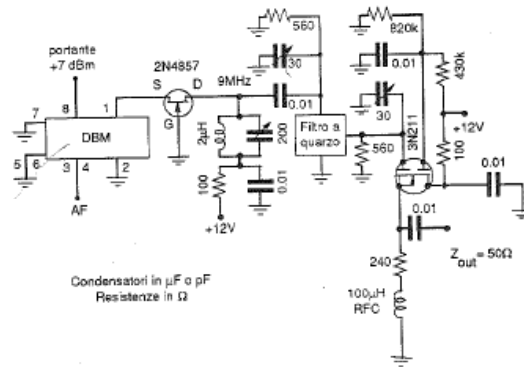
Modulatori SSB/SC

- Il contenuto informativo di segnali modulati in ampiezza è presente in una delle 2 bande laterali, quindi è possibile non trasmettere l'altra banda laterale e la portante per aumentare il rendimento e diminuire l'occupazione spettrale.
- Tale scelta produce però una maggiore complessità del trasmettitore e ancor più del ricevitore.
- La generazione di un segnale SSB/SC è effettuata eliminando la portante e l'altra banda laterale attraverso:
 - 1. Filtraggio.
 - 2. Cancellazione.

40

Modulazione SSB/SC attraverso filtraggio

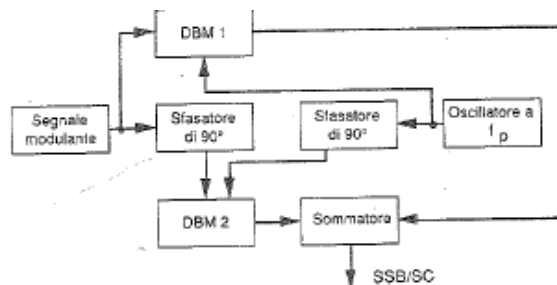
- Il mixer doppiamente bilanciato provvede all'eliminazione della portante, il filtro al quarzo della banda laterale.



41

Modulazione SSB/SC attraverso cancellazione

- La cancellazione della banda laterale può essere invece effettuata attraverso 2 MIXER doppiamente bilanciati e 2 sfasatori a 90° .



42

Modulazione SSB/SC attraverso cancellazione

- All'uscita di DBM1 (supponendo un segnale modulante sinusoidale) si avrà:

$$v_1(t) = \frac{m_a \cdot V_p}{2} \cdot \cos[(\omega_p - \omega_s)t] + \frac{m_a \cdot V_p}{2} \cdot \cos[(\omega_p + \omega_s)t]$$

- All'uscita di DBM2 si avrà invece:

$$v_2(t) = \frac{m_a \cdot V_p}{2} \cdot \cos[(\omega_p - \omega_s)t] + \frac{m_a \cdot V_p}{2} \cdot \cos[(\omega_p + \omega_s)t + \pi]$$

43

Modulazione SSB/SC attraverso cancellazione

- Osservando che:

$$\cos[(\omega_p + \omega_s)t + \pi] = -\cos[(\omega_p + \omega_s)t]$$

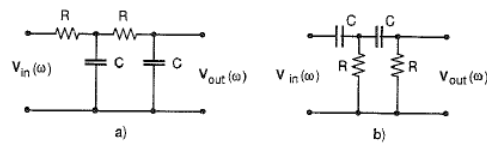
- si ottiene la cancellazione della banda laterale superiore all'uscita del sommatore.
- **WARNING:** Si osservi che lo sfasatore all'uscita dell'oscillatore lavora su un segnale a frequenza singola. Lo sfasatore per il segnale modulante è invece più complesso da realizzare poiché deve produrre uno sfasamento costante per contributi a frequenze diverse.

44

Reti sfasatrici

- Una rete sfasatrice a banda stretta (da utilizzare per sfasare la portante) può essere realizzata con reti R-C che producono rispettivamente un ritardo (a) e un anticipo (b) di fase di 90° alla pulsazione:

$$\omega_{\pi/2} = \frac{1}{RC}$$

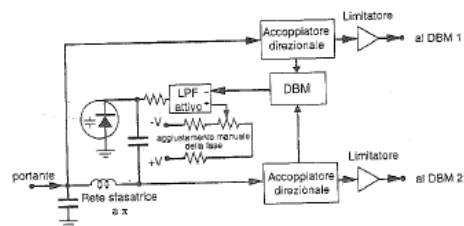


45

Reti sfasatrici

- Una rete più sofisticata che permette di leggere e controllare lo sfasamento prodotto dalla rete può essere realizzato attraverso la rete sfasatrice di Colpitts che presenta funzione di trasferimento:

$$\frac{V_{Out}(s)}{I_{In}(s)} = \frac{1}{sL(G_1 + sC_1)(G_2 + sC_2) + [G_1 + G_2 + s(C_1 + C_2)]}$$



46

Reti sfasatrici

- Tale rete può essere utilizzata attorno alla frequenza per cui la risposta è puramente immaginaria, in maniera da permettere uno sfasamento di 90° :

$$\omega_{\pi/2}^2 = \frac{R_1 + R_2}{L(C_1 \cdot R_1 + C_2 \cdot R_2)}$$

- Lo sfasamento prodotto può essere controllato inviando ad un MIXER + LPF la portante e la portante sfasata lette attraverso accoppiatori direzionali.
- Lo sfasamento è variato agendo su un VARICAP, che è parte della rete di Colpitts (capacità C_1).

47

Reti sfasatrici

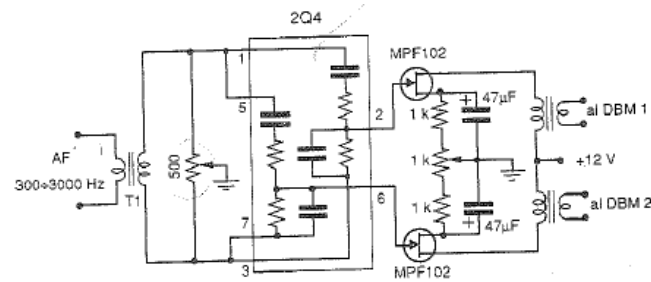
- Lo sfasamento del segnale modulante, che deve avvenire su una banda frazionale più larga, può invece essere effettuato utilizzando la rete R-C presente sull'oscillatore di Wien che ha funzione di trasferimento:

$$F(j\omega) = \frac{j\omega R C}{-\omega^2 R^2 C^2 + 3j\omega R C + 1}$$

48

Reti sfasatrici

- Il segnale AF viene inviato ai 2 FET attraverso il trasformatore di ingresso, sfasato in un caso di 45° e nell'altro di -45° . Il numeratore produce a tutte le frequenze uno sfasamento di 90° .



49

Reti sfasatrici

- Il denominatore produce uno sfasamento di $+45^\circ$ (provocando uno sfasamento complessivo di 45°) alla frequenza per cui:

$$\text{tg}(\varphi) = \frac{3\omega R_1 C_1}{1 - \omega^2 R_1^2 C_1^2} = 1 \quad \Rightarrow \quad \omega_{\pi/4} = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2R_1 C_1}$$

- Analogamente sull'altro ramo si produce uno sfasamento di -45° (provocando uno sfasamento complessivo di 135°) alla frequenza per cui:

$$\text{tg}(\varphi) = \frac{3\omega R_2 C_2}{1 - \omega^2 R_2^2 C_2^2} = -1 \quad \Rightarrow \quad \omega_{-\pi/4} = \frac{3 + \sqrt{13}}{2R_2 C_2}$$

50

Reti sfasatrici

- In definitiva perciò lo sfasamento tra i 2 rami sarà di 90° come richiesto.
- Per il progetto della rete occorrerà scegliere i poli R_1-C_1 ed R_2-C_2 in modo che lo sfasamento di $\pm 45^\circ$ avvenga alla frequenza centrale ω_0 della banda del segnale modulante:

$$\omega_{\pi/4} = \omega_{-\pi/4} = \omega_0$$

- Quando ci si sposta dalla frequenza centrale occorre garantire che le 2 reti producano lo stesso scostamento di fase, e questo può essere ottenuto imponendo che le 2 derivate prime siano coincidenti.

51

Reti sfasatrici

- Le 2 derivate valgono rispettivamente:

$$\left(\frac{dtg(\varphi)}{d\omega} \right)_{\frac{\pi}{4}} = 3.970 R_1 C_1$$

$$\left(\frac{dtg(\varphi)}{d\omega} \right)_{-\frac{\pi}{4}} = 0.364 R_2 C_2$$

- Tenendo conto del fatto che:

$$\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2} = \frac{-3 + \sqrt{13}}{3 + \sqrt{13}} = 0.0917$$

- si ottiene a ω_0 :

$$\left(\frac{dtg(\varphi)}{d\omega} \right)_{\frac{\pi}{4}} \cong \left(\frac{dtg(\varphi)}{d\omega} \right)_{-\frac{\pi}{4}}$$

52

Specifiche di progetto per Modulatori SSB/SC

- In Tabella sono riportate le specifiche a cui debbono soddisfare i segnali trasmessi per trasmissioni amatoriali (CB). Ad esempio la potenza della banda soppressa deve essere 40dB sotto la PEP.

Attenuazione della portante	Almeno 40 dB sotto la PPEP
Attenuazione della SB non trasmessa	Almeno 40 dB sotto la PPEP
Prodotti di IMD del 3° ordine	Almeno 30 dB sotto la PPEP
Prodotti di IMD di ordine superiore	Almeno 35 dB sotto la PPEP
Stabilità a lungo termine della portante	Meglio di 100 Hz di drift per ora
Stabilità a breve termine della portante	Indice di modulazione $< 5 \cdot 10^{-3}$ su una BW di 2 kHz intorno a f_p

53

Specifiche di progetto per Modulatori SSB/SC

- In Tabella è invece riportata l'attenuazione della banda soppressa in funzione dell'errore di fase su uno dei 2 rami supponendo l'altro ideale.

Errore di fase (gradi)	Soppressione (dB)
0.125	59.25
0.250	53.24
0.5	47.16
1.0	41.11
2.0	35.01
3.0	31.42
4.0	28.85
5.0	26.85
10.0	20.50
15.0	16.69
20.0	13.93
30.0	9.98
45.0	6.00

- Si può notare che per essere entro le specifiche occorre garantire un errore massimo di 1° .

54

La modulazione di frequenza

- Un segnale modulato in fase ha l'espressione generale:

$$v(t) = V_p \cdot \cos(\omega_p t + m(t))$$

- In particolare, se il segnale modulante è sinusoidale si ha:

$$v(t) = V_p \cdot \cos(\omega_p t + \beta \cdot \sin(\omega_s t))$$

- dove β è l'indice di modulazione.
- Per bassi valori dell'indice di modulazione ($\beta < 0.5$):

$$v(t) = V_p \cdot [\cos(\omega_p t) - \beta \cdot \sin(\omega_s t) \cdot \sin(\omega_p t)]$$

55

La modulazione di frequenza

- Lo spettro di tale segnale è una **funzione di Bessel** del primo tipo di argomento β . Dall'espressione dello spettro è possibile determinare la banda occupata dal segnale modulato (**Banda di Carson**):

$$BW = 2 f_{\max} (1 + \beta)$$

- Se invece si vuole ottenere una modulazione di frequenza (**frequenza istantanea proporzionale al segnale modulante $m(t)$**) occorre prima di tutto integrare il segnale modulante.
- In questo caso la frequenza istantanea è $f_i(t)$ assume il valore:

$$f_i(t) = f_p + m(t)$$

56

La modulazione di frequenza

- L'ampiezza di un segnale modulato in frequenza rimane costante: pertanto il modulatore non deve fornire potenza e la potenza complessiva in uscita è pari a quella della portante in ingresso al modulatore.
- Tale potenza viene però distribuita su un intervallo di frequenze definito dalla banda di Carson, maggiore di quello per modulatori di ampiezza.
- D'altra parte, la modulazione di frequenza produce rispetto alla modulazione di ampiezza, un miglioramento del rapporto segnale-disturbo pari a $3\beta^2$. Pertanto si ottiene lo stesso rapporto segnale-disturbo per un indice di modulazione:

$$\beta = 1 / \sqrt{3} \cong 0.6$$

57

La modulazione di frequenza

- Tale valore di indice di modulazione delimita le trasmissioni FM a banda stretta da quelle a banda larga.
- Il miglioramento del rapporto segnale-disturbo è dovuto al fatto che con il processo di demodulazione la potenza del segnale viene riportata in banda base e distribuita su una banda $2 f_{\max}$. Però mentre la potenza di segnale rimane invariata quella del rumore diminuisce del rapporto:

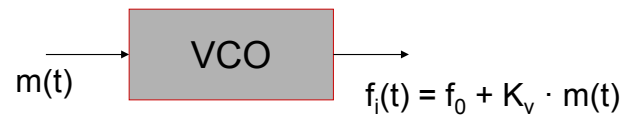
$$2 f_{\max} (1 + \beta) / (2 f_{\max}) = 1 + \beta$$

- che è detto **guadagno di processo**.
- In presenza di rumore bianco il demodulatore produce un miglioramento del rapporto segnale-disturbo pari a $1.5 \beta^2$.

58

Modulatori di frequenza

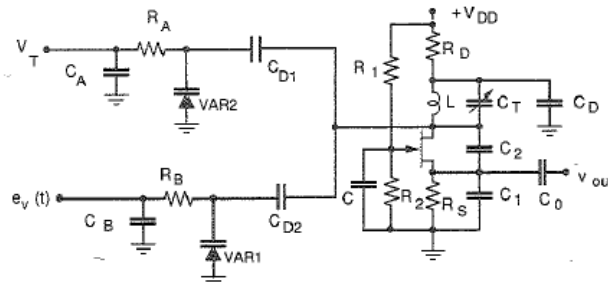
- Un modulatore di frequenza può essere realizzato utilizzando un VCO e pilotando l'ingresso di controllo con il segnale modulante.



59

Modulatori di frequenza

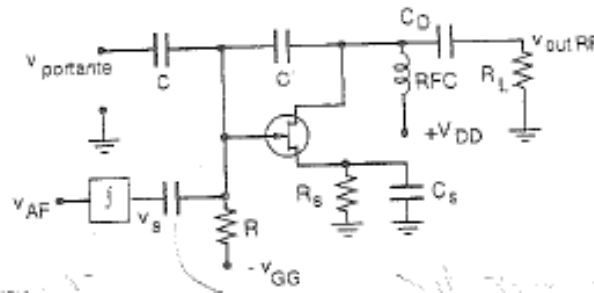
- Nello schema, con il ramo di accordo si fissa la frequenza della portante mentre sul ramo di controllo si inietta il segnale modulante.



60

Modulatori di fase

- Un modulatore di fase può essere realizzato facendo in modo che il segnale modulante $m(t)$ passi preventivamente in un integratore.



61

Modulatori di fase

- Se pilotiamo l'ingresso con una portante sinusoidale, il circuito introdurrà uno sfasamento φ che può essere calcolato in prima approssimazione con un modello di piccolo segnale (si suppone un guadagno $g_m R_L \gg 2$).
- La funzione di trasferimento (in assenza di segnale modulante) vale:

$$\frac{v_{out}}{v_P} = \frac{R_L - \frac{g_m R_L}{j\omega_p C}}{R_L + \frac{2 + g_m R_L}{j\omega_p C}} \cong \frac{1 + j \frac{g_m}{\omega_p C}}{1 - j \frac{g_m}{\omega_p C}}$$

62

Modulatori di fase

- In uscita si avrà uno sfasamento complessivo:

$$\varphi = 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{g_m}{\omega_p C} \right)$$

- La fase istantanea del segnale può essere variata cambiando il punto di lavoro del JFET (e quindi la sua g_m) attraverso il segnale modulante:

$$I_D = I_{DSS} \cdot \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P}\right)^2$$



$$g_m = \frac{dI_D}{dV_{GS}} = -\frac{2I_{DSS}}{V_P} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_P}\right)$$

- Se si suppone di polarizzare il JFET a $V_{GS} = -|V_P| / 2$ si ottiene:

$$g_m = \frac{I_{DSS}}{|V_P|} \left(1 + \frac{2v_s}{|V_P|}\right)$$

63

Modulatori di fase

- Se si vuole ottenere uno sfasamento pari a $\Delta\varphi$ tra la condizione di segnale modulante minimo ($v_s = 0$) e la condizione di segnale massimo ($v_s = V_{Smax}$) deve valere la condizione:

$$\Delta\varphi = 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{g_m(v_s = V_s)}{\omega_p C} \right) - 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{g_m(v_s = 0)}{\omega_p C} \right)$$

- e per φ piccoli si ha $\operatorname{tg} \varphi \cong \varphi$ da cui:

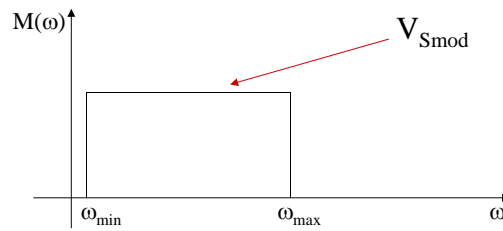
$$V_{Smax} = \Delta\varphi / 4 \omega_p C |V_P|^2 / I_{DSS}$$

- Per dimensionare il modulatore occorre legare il massimo scostamento di fase $\Delta\varphi$ (corrispondente a un ingresso V_{Smax}) prodotto dal modulatore alla banda assegnata al canale.

64

Modulatori di fase

- Se supponiamo che il segnale modulante $m(t)$ di frequenza ha componenti spettrali tutte ad ampiezza costante nella sua banda ($M(\omega) = V_{Smod} = \text{costante}$):



- Dopo il passaggio nell'integratore la funzione ottenuta sarà:

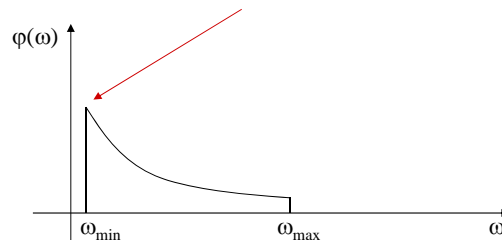
$$M_{out}(s) = M(s) / s$$

65

Modulatori di fase

- Pertanto lo sfasamento massimo φ_{max} è legato alla minima frequenza dell'intervallo ω_{min} e al massimo scostamento di frequenza Δf all'uscita del modulatore da:

$$\varphi_{max} = \Delta f / \omega_{min}$$



66

Modulatori di fase

- Se il massimo scostamento di frequenza (la banda assegnata al canale) è pari a Δf_{\max} occorre una moltiplicazione di frequenza n :

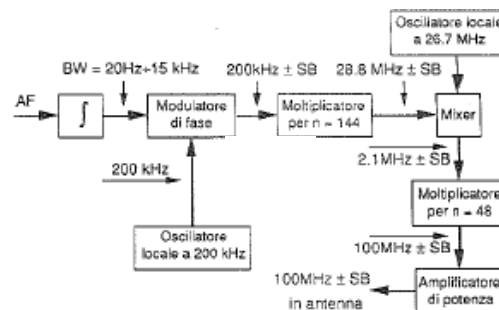
$$n = \Delta f_{\max} / \Delta f = \Delta f_{\max} / (\varphi_{\max} \omega_{\min})$$

- Ad esempio per trasmettere un segnale modulato in fase con $\Delta f_{\max} = 75$ KHz, $f_{\min} = 20$ Hz, $\varphi_{\max} = 0.5$, $f_p = 200$ KHz si ottiene $n = 7500$.
- Pertanto la frequenza di trasmissione sarà pari a $n f_p = 1.5$ GHz.

67

Modulatori di fase

- Tale frequenza è al di sopra della banda riservata a trasmissioni FM e occorre trovare una soluzione alternativa che fa uso di moltiplicatori e MIXER.



68

Modulatori di fase

- Ad esempio se si decide di trasmettere a 100 MHz si può suddividere n in 2 parti e quindi usare 2 moltiplicatori:

$$n = n_1 \cdot n_2 \cong 144 \cdot 48 = n' = 6912$$

- Tra un moltiplicatore e l'altro si inserisce un MIXER che permette di abbassare la portante.

69

Modulatori di fase

- Con tale approssimazione:

$$\begin{aligned} \varphi_{\max} f_{\min} &= \Delta f_{\max} / n' = 10.85 \text{ Hz} \\ \varphi_{\max} &= 10.85 \text{ Hz} / f_{\min} = 0.55 \end{aligned}$$

- Se si utilizza un JFET con $V_p = -4 \text{ V}$ e $I_{DSS} = 10 \text{ mA}$ si ottiene:

$$V_{S_{\max}} = 0.55 / 4 \cdot 2\pi \cdot 200 \text{ KHz} \cdot C \cdot 16 / 0.01 = 0.28 \cdot 10^9 C$$

- e tenendo conto che $V_{S_{\max}} = 2 \text{ V}$:

$$C \leq 7.1 \text{ nF}$$

70

Modulatori di fase

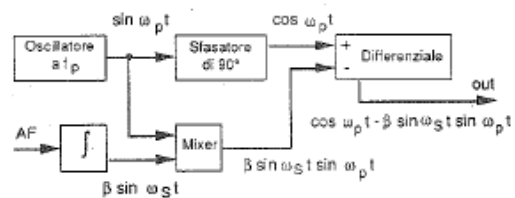
- Si osservi che un moltiplicatore moltiplica per n la differenza tra 2 frequenze, il MIXER lascia la differenza invariata.
- La banda dell'integratore deve essere una frequenza minima pari a quella del segnale modulante ($f_{\min} = 20 \text{ Hz}$).

71

Modulatori di fase

- Infine è presentato uno schema che produce la diretta implementazione della relazione che definisce la modulazione di fase:

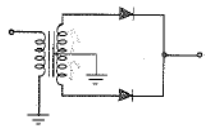
$$v(t) = V_p \cdot \cos(\omega_p t + m(t))$$



72

Moltiplicatori di frequenza

- Un moltiplicatore di frequenza può essere costruito utilizzando circuiti con elementi non-lineari che presentano simmetrie e che permettono di cancellare armoniche indesiderate.
- Ad esempio, in un duplicatore a diodi, la simmetria del circuito permette di cancellare la fondamentale e tutte le armoniche dispari. In uscita occorre inserire un filtro per prelevare la frequenza desiderata.

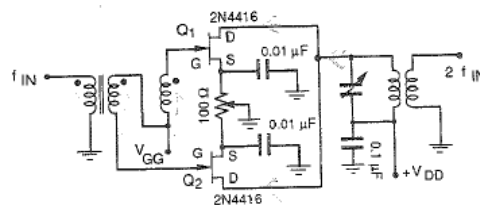


- Se il bilanciamento è fatto correttamente la fondamentale può essere anche 40 dB sotto la seconda armonica.

73

Moltiplicatori di frequenza

- In Figura è mostrato un duplicatore di frequenza a JFET. Il segnale viene mandato in opposizione di fase sui 2 gate.

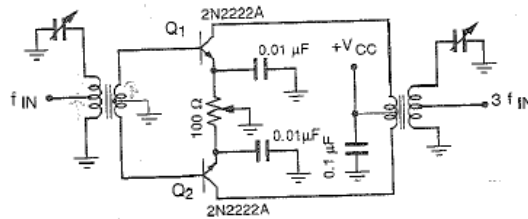


- In uscita si preleva la somma delle correnti di drain: sul primario del trasformatore accordato sono perciò eliminate la fondamentale e tutte le armoniche dispari.

74

Moltiplicatori di frequenza

- Un moltiplicatore di frequenza con $n = 3$ a BJT è mostrato in Figura.
- In questo caso il segnale viene portato sulle 2 basi in opposizione di fase attraverso un trasformatore accordato BALUN.



- Sul primario del trasformatore accordato viene letta la differenza delle correnti di collettore, e cancellando quindi le armoniche pari.

75

DEMODULAZIONE DI SEGNALI AM

- Il demodulatore ha il compito di estrarre da un segnale ricevuto che ha andamento:

$$v(t) = V_p \cdot \cos(\omega_p t) + \frac{m_a \cdot V_p}{2} \cdot \cos[(\omega_p - \omega_s)t] + \frac{m_a \cdot V_p}{2} \cdot \cos[(\omega_p + \omega_s)t]$$

- l'informazione contenuta nel segnale modulante che è del tipo:

$$v_s(t) \propto m_a \cdot V_p \cdot \cos \omega_s$$

76

DEMODULAZIONE DI SEGNALI AM

- La ricostruzione del segnale modulante può essere effettuata mandando in ingresso ad un MIXER il segnale ricevuto a IF e la portante stessa agganciata al segnale ricevuto tramite un PLL (**demodulazione omodina**)
- In questo modo si ottiene una componente a 2 IF (che viene filtrata) e una continua proporzionale all'involuppo e al coseno dello sfasamento tra i 2 segnali:

$$v_{\text{out}}(t) = m_a \cdot V_p \cdot \cos(\omega_{\text{IF}} + \varphi) \cdot \cos \omega_{\text{IF}} t \propto m_a \cdot V_p \cdot \cos \varphi$$

- Per ricostruire l'involuppo occorre porre pari a 1 il coseno e quindi inseguire e correggere la fase del segnale: questa è una variabile stocastica che dipende dalle modalità di propagazione nel canale.

77

DEMODULATORI DI SEGNALI AM

- La demodulazione può essere effettuata in maniera più semplice con un **demodulatore di involuppo** che funziona come rivelatore di cresta.
- Un **LPF** provvederà ad eliminare sia la componente IF che il rumore di quantizzazione fuori banda.
- Nel segnale ricevuto e traslato a IF che ha l'andamento:

$$v_{\text{IF}}(t) = m_a \cdot V_{\text{IF}} \cdot m(t) \cdot \cos \omega_{\text{IF}} t$$

78

DEMODULATORI DI SEGNALI AM

- Perché il rivelatore funzioni correttamente occorre che l'ampiezza minima del segnale a IF applicato consenta comunque al diodo di lavorare in linearità:

$$(1 - m_a) \cdot V_{IF} > V_\gamma$$

- Tale relazione pone dei vincoli sia all'ampiezza minima che deve avere il segnale all'uscita dell'amplificatore IF, sia al valore massimo dell'indice di modulazione (generalmente $m_a < 0.5$)

79

DEMODULATORI DI SEGNALI AM

- Le condizioni sulla costante tempo RC sono bilateri. La capacità C deve essere un cortocircuito a IF in modo da impedire che tali frequenze (e le armoniche superiori) finiscano sul carico R :

$$(\omega_{IF} \cdot C)^{-1} \ll R$$

- Allo stesso modo la capacità C deve essere un circuito aperto alle frequenze del segnale modulante in modo che queste finiscano sul carico R .
- Questa condizione fornisce un limite superiore per la costante tempo, che permette di riuscire a seguire la dinamica del segnale.

80

DEMODULATORI DI SEGNALI AM

- Per calcolare tale limite superiore, si suppone che la legge di scarica della capacità a diodo interdetto sia esponenziale con costante tempo **RC**:

$$V_C(t) = V_C(t_0) \cdot \exp\left(-\frac{t-t_0}{RC}\right)$$

- La condizione da imporre perché il rivelatore sia in grado di seguire la dinamica del segnale, è che la minima velocità di scarica $dV_C(t)/dt$ sia maggiore della massima variazione dell'involucro del segnale:

$$\frac{dV_C(t)}{dt} = -\frac{V_C(t_0)}{RC} \cdot \exp\left(-\frac{t-t_0}{RC}\right) \Rightarrow \min\left(\frac{dV_C(t)}{dt}\right) = \frac{V_{IF} \cdot (1-m_a)}{RC}$$

81

DEMODULATORI DI SEGNALI AM

- Pertanto la condizione da soddisfare è la seguente:

$$\frac{V_{IF} \cdot (1-m_a)}{RC} \gg \frac{dv_{IF}}{dt} = \omega_m^{\max} \cdot m_a \cdot V_{IF}$$

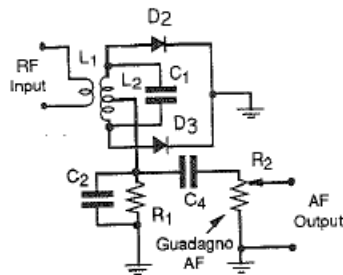
- In definitiva, la condizione bilatera sulla costante di tempo **RC** è la seguente:

$$\frac{1}{\omega_{IF}} \ll RC \ll \frac{1}{\omega_m^{\max}} \cdot \frac{(1-m_a)}{m_a}$$

82

DEMODULATORI DI SEGNALI AM

- In Figura è riportato un esempio di demodulatore ad involuppo di cresta a doppia semionda.



83

DEMODULATORI DI SEGNALI SSB/SC

- Per demodulare un segnale in formato **SSB/SC** occorre ricostruire la portante nel ricevitore ed effettuare una rivelazione **omodina**.
- La portante f_{BF} sarà ricostruita con un errore sia in frequenza che in fase. Pertanto all'uscita del blocco MIXER+LPF si otterrà un segnale del tipo:

$$m_a \cdot V_{IF} \cdot \cos[(\omega_{IF} - \omega_{BF})t - \phi]$$

- Se si riesce a ricostruire perfettamente la frequenza della portante, si ottiene un errore di fase identico per tutte le frequenze del segnale modulante.

84

DEMODULATORI DI SEGNALI SSB/SC

- Questo non è un grosso inconveniente per segnali vocali, non essendo l'orecchio umano in grado di apprezzare gli sfasamenti tra componenti.
- Nel caso che ci siano errori nella ricostruzione della portante ($f_{IF} \neq f_{BF}$) si pregiudica la fedeltà della riproduzione del segnale vocale.
- Errori superiori ai 20 Hz rendono difficile riconoscere la voce, errori superiori a 200 Hz di capire il messaggio.
- Tali specifiche si ripercuotono sulla stabilità dei quarzi utilizzati per realizzare gli oscillatori locali.

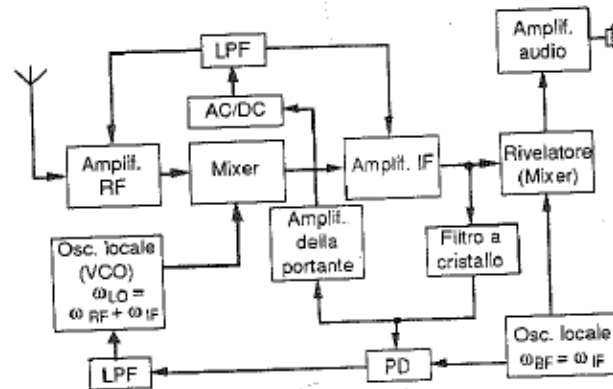
85

DEMODULATORI DI SEGNALI SSB/SC

- Una soluzione alternativa prevede di trasmettere anche la portante, sia pure a potenza ridotta.
- A tale portante si può agganciare un PLL in ricezione che ricostruisce in frequenza e fase la portante f_{BF} .
- Alla portante si può agganciare anche l'anello per il controllo del guadagno degli amplificatori RF ed IF, che altrimenti sarebbe aperto nelle pause di trasmissione.

86

DEMODULATORI DI SEGNALI SSB/SC



87

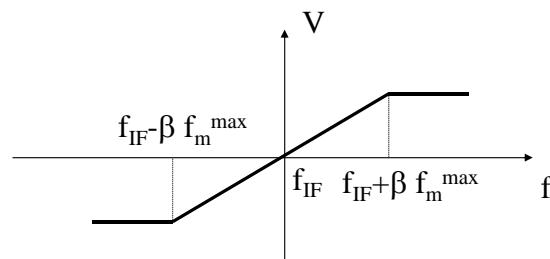
Amplificatore IF

- L'amplificatore a frequenza intermedia ha il compito di portare il segnale (già amplificato ad RF e traslato) al livello richiesto dai circuiti di rivelazione (circa 1 V).
- Le specifiche di un amplificatore IF sono le stesse di un amplificatore RF front-end: deve fornire il grosso dell'amplificazione ed essere curato nel valore del NF.
- La sua risposta in frequenza deve essere, nella banda di interesse, il più possibile simile a quella di un filtro ideale (modulo costante e fase lineare con la frequenza) in maniera da non variare le relazioni di ampiezza e fase tra le componenti del segnale e quindi distorcerlo.

88

DEMODULATORI DI SEGNALI FM

- Il demodulatore di frequenza deve essere in grado di trasformare in variazioni di ampiezza, le variazioni di frequenza del segnale ricevuto e traslato a IF.
- La caratteristica statica deve presentare le caratteristiche di linearità richieste al demodulatore:



89

DEMODULATORI DI SEGNALI FM

- Un demodulatore FM può essere realizzato con un **PLL**, ricordando le relazioni che ne regolano il funzionamento ed in particolare il segnale ottenuto all'uscita del **Rivelatore di fase**:

$$e_p(t) = K_p \cdot [\varphi_i(t) - \varphi_v(t)] \quad \longleftrightarrow \quad E_p(s) = K_p \cdot [\varphi_i(s) - \varphi_v(s)]$$

- Tenendo conto che la risposta del PLL è la seguente:

$$\Delta\varphi(s) / \varphi_i(s) = [\varphi_i(s) - \varphi_v(s)] / \varphi_i(s) = 1 / [1 + K_p \cdot K_v \cdot W(s)/s]$$

90

DEMODULATORI DI SEGNALI FM

- Nel caso in cui il segnale da rivelare $x(t)$ è in formato FM con indice di modulazione m_f :

$$\omega_i = \omega_0 + m_f \cdot x(t)$$

- si ha all'ingresso del PLL:

$$\varphi_i(t) = \int_0^t m_f \cdot x(t) dt$$



$$\Phi_i(s) = \frac{m_f \cdot X(s)}{s}$$

91

DEMODULATORI DI SEGNALI FM

- Queste relazioni permettono di determinare la risposta all'uscita del rivelatore di fase:

$$E_p(s) = k_p \cdot [\Phi_i(s) - \Phi_v(s)] = \frac{k_p \cdot s}{s + k_p \cdot k_v \cdot W(s)} \cdot \frac{m_f \cdot X(s)}{s}$$

- Nell'ipotesi che si sia all'interno della banda del filtro (i.e. $W(s) \cong W(0)$) e che il guadagno d'anello sia sufficientemente elevato si ottiene:

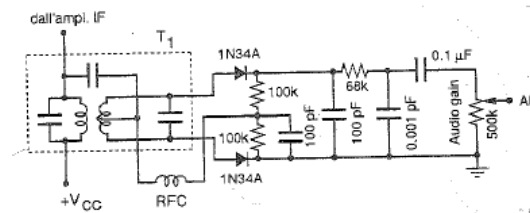
$$E_p(s) = X(s) \cdot \frac{m_f}{k_v \cdot W(0)}$$

- che rappresenta il segnale demodulato.

92

DEMODULATORI DI SEGNALI FM

- Un discriminatore di frequenza in grado di fornire in uscita una tensione proporzionale alla frequenza istantanea, fa uso di un trasformatore doppiamente accordato sulla portante IF e di un doppio rivelatore di involuppo (**Foster-Seeley**).



93

DEMODULATORI DI SEGNALI FM

- Le equazioni del trasformatore sono le seguenti:

$$\begin{aligned} V_1 &= (j\omega L_{pr} + 1/j\omega C_{pr})I_1 - j\omega MI_2 \\ V_2 &= -j\omega MI_1 + (j\omega L_{sec} + 1/j\omega C_{sec})I_2 \end{aligned}$$

- che alla risonanza (a f_{IF}) diventano:

$$\begin{aligned} V_1 &= -j\omega MI_2 \\ V_2 &= -j\omega MI_1 \end{aligned}$$

- da cui si evince che la tensione indotta sul secondario è in quadratura rispetto alla corrente sul primario.

94

DEMODULATORI DI SEGNALI FM

- Il segnale V_1 sul primario viene mandato in fase sui 2 diodi attraverso la capacità e la presa centrale sul secondario del trasformatore, mentre V_2 è presente in opposizione di fase sui 2 diodi:

$$\begin{aligned} V_{D1} &= V_1 + 0.5 V_2 \\ V_{D2} &= V_1 - 0.5 V_2 \end{aligned}$$

- Il segnale all'uscita del rivelatore di involuppo vale:

$$V_{out} = k_d \cdot (|V_{D1}| - |V_{D2}|)$$

- Alla risonanza (i.e. se è presente solo la portante) il segnale d'uscita è nullo.

95

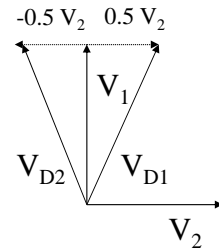
DEMODULATORI DI SEGNALI FM

- Nel caso che invece sia presente anche il segnale FM, V_2 presenta uno sfasamento diverso da 90° rispetto a V_1 e tale sfasamento è proprio proporzionale allo scostamento di frequenza rispetto alla portante.
- In questo caso il segnale all'uscita del rivelatore di involuppo è diverso da 0 e proporzionale allo scostamento di frequenza, come si può far vedere da un'analisi condotta nel dominio dei fasori.
- Pertanto, il circuito presentato presenta la transcaratteristica tipica di un demodulatore FM.

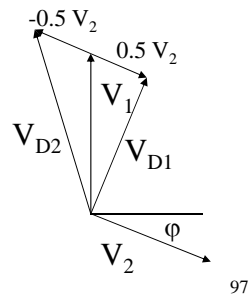
96

DEMODULATORI DI SEGNALI FM

- 1. In assenza di segnale modulante:



- 2. In presenza di segnale modulante:



97