4. AMPLIFICATORI DI POTENZA

4.1. INTRODUZIONE

Negli amplificatori di potenza lo scopo del progetto è ottenere innanzi tutto la massima potenza di uscita. Poiché la limitazione in potenza è raggiunta a causa delle caratteristiche del dispositivo, che presentano effetti nonlineari e comunque di saturazione (si pensi al fatto che la corrente di uscita non può superare un certo valore massimo, la tensione di uscita è compresa fra la tensione di ginocchio del dispositivo e la tensione di breakdown, la tensione di ingresso è compresa fra la tensione di soglia e la tensione di built-in della giunzione di ingresso), l'amplificatore di potenza lavora ai limiti della linearità (amplificatori di classe A) o addirittura in regime nonlineare (amplificatori di classe B o C). In tutti i casi l'amplificatore di potenza *genera armoniche* di un segnale monofrequenziale posto all'ingresso, ossia introduce *distorsione* e *prodotti di intermodulazione* (IMP, InterModulation Products). Pertanto alla specifica di massima potenza si accompagnano di solito altre specifiche sulla *distorsione*, la *generazione di armoniche* o i *prodotti di intermodulazione*.¹ Un'ultima osservazione

¹Si noti che nei sistemi di comunicazione a RF e microonde si utilizzano spesso modulazioni (digitali o analogiche) di fase o frequenza, per cui l'ampiezza del segnale trasmesso risulta costante; si parla in questi casi di *modulazioni a inviluppo costante*. Se viceversa l'ampiezza del segnale dipende dalla modulazione si parla di *modulazioni a inviluppo variabile*, più critiche dal punto di vista della distorsione di ampiezza.

riguarda il fatto che gli amplificatori di potenza sono in sostanza convertitori di potenza dalla continua (alimentazione) alla frequenza del segnale; un ulteriore scopo del progetto è ottimizzare la efficienza di conversione, che in ultima analisi si traduce in un risparmio di energia nella alimentazione.

4.2. L'AMPLIFICATORE DI POTENZA COME ELEMENTO DEL SISTEMA DI COMUNICAZIONE

Mentre l'amplificatore di piccolo segnale è un oggetto essenzialmente lineare, che produce all'uscita una replica amplificata e al massimo filtrata in modo lineare del segnale di ingresso, l'amplificatore di potenza è potenzialmente un sistema quasilineare o nonlineare affatto, che distorce il segnale all'uscita e introduce armoniche e prodotti di intermodulazione. È quindi necessario analizzare in modo attento il tipo di segnali che l'amplificatore di potenza deve trattare per comprendere quali sono le caratteristiche volute da questo componente.

I segnali trattati, in sistemi di comunicazione RF o a microonde, dalla catena di trasmissione si possono classificare in due categorie principali:

- Segnali a modulazione analogica, di ampiezza (AM) o di fase/frequenza (PM, FM). Il segnale trasmesso può essere costituito da un singolo canale o, più spesso, da molti canali multiplati in frequenza. A causa delle sue caratteristiche scadenti la modulazione di ampiezza è poco usata, mentre prevalgono le modulazioni di fase e frequenza.
- Segnali a modulazione digitale; in tale segnale a ciascun simbolo è associato un valore della fase e/o dell'ampiezza modulata di un segnale portante. Spesso si indica un segnale a modulazione digitale associando ad ogni possibile stato della fase/ampiezza che contraddistingue un simbolo un vettore del piano complesso di fase e modulo corrispondenti. L'insieme dei punti del piano complesso è la cosiddetta *costellazione* del segnale; spesso esistono anche re-

gole di percorrenza della costellazione, ossia i simboli non possono essere utilizzati in sequenza arbitraria; questo allo scopo di evitare passaggi per lo zero che aumenterebbero la banda complessiva del segnale modulato.

Una classificazione diversa, ma importante per gli amplificatori di potenza, riguarda l'inviluppo dei segnali digitali o analogici trattati dall'amplificatore di potenza; vi sono due possibili casi:

- Segnali a inviluppo costante: esempi sono le modulazioni analogiche di fase e ampiezza, oppure le modulazioni digitali che fanno uso di segnali ad un solo livello, come avviene in molti standard per sistemi di comunicazione (ad esempio nei sistemi GSM cellulari).
- Segnali a inviluppo variabile: esempi sono la modulazione di ampiezza e le modulazioni digitali multilivello.

Si noti che l'inviluppo del segnale può variare lentamente ad es. perché il sistema adegua il suo livello di potenza alla distanza della tratta da percorrere attraverso il canale hertziano; le variazioni di inviluppo cui si accenna qui sono variazioni rapide legate allo schema stesso di modulazione.

È importante infine ricordare che alcuni amplificatori di potenza sono destinati a sistemi *monocanale* (ad esempio l'amplificatore di un terminale cellulare portatile) mentre altri sono destinati a sistemi *multicanale* (ad esempio l'amplificatore di una stazione base).

Dato che nella maggior parte degli standard di modulazione utilizzati nei sistemi a RF o microonde prevedono segnali a banda relativamente stretta, nella discussione seguente è opportuno riferirsi all'amplificatore di potenza come sistema a banda stretta. In questo caso, è possibile considerare che i segnali di ingresso siano segnali modulati a banda stretta, esprimibili nella forma:

$$x_P = \operatorname{Re}\{\tilde{x}_P(t)\exp\left(j2\pi f_0 t\right)\},$$
4.1

ove f_0 è la frequenza della portante e $\tilde{x}_P(t)$ è l'inviluppo complesso di modulazione (lentamente variabile nel tempo rispetto alla portante); l'uscita si esprimerà allora nella forma:

$$\tilde{y}_P(t) = F_P(|\tilde{x}_P(t)|)\tilde{x}_P(t)$$
4.2

ove F_P è detta *funzione descrittiva*, e caratterizza completamente la risposta dell'amplificatore ad un segnale modulato a banda stretta con frequenza di portante f_0 . Si noti che la funzione descrittiva è una funzione complessa del valore istantaneo dell'inviluppo di modulazione, che può essere scomposta in modulo e fase; in particolare la funzione $|F_P(|\tilde{x}_P(t)|)|$ è detta *caratteristica AM/AM* mentre la funzione arg $(F_P(|\tilde{x}_P(t)|))$ è detta *caratteristica AM/PM* dell'amplificatore. Esempi di tali caratteristiche sono riportati nella Figura 4.1 relativamente ad un amplificatore in classe A (quasi lineare). Per piccolo segnale la caratteristica AM/AM è lineare e la fase è costante, al crescere del segnale di ingresso si ha compressione all'uscita e progressivo sfasamento.

I requisiti richiesti dagli amplificatori di potenza sono alquanto diversi a seconda del tipo di segnale amplificato e quindi dello standard di sistema di riferimento. Comune a tutti i casi è l'efficienza energetica, ossia la capacità di trasformare in modo efficiente la potenza fornita dalla alimentazione in potenza a radiofrequenza; variano invece i requisiti di linearità richiesti.

Infatti:

Segnali a inviluppo costante non presentano requisiti significativi di linearità; addirittura non è necessario che l'uscita dell'amplificatore sia proporzionale all'ingresso, visto che l'ingresso si mantiene comunque ad un livello costante. In sistemi multicanale è però necessario che l'interferenza fra canali, legata alla presenza di prodotti di intermodulazione generati, si mantenga inferiore ad un certo valore; pertanto amplificatori fortemente non lineari non sono opportuni in sistemi multicanale. – Segnali a inviluppo variabile richiedono tipicamente linearità più elevata; questo vale anche per segnali digitali multilivello, in quanto l'errore di fase introdotto nel livello a potenza più elevata aumenta l'errore di fase sulla costellazione del segnale in uscita.

Tipicamente quindi i sistemi a inviluppo costante possono ottenere efficienze più elevate, mentre per i sistemi a inviluppo variabile i requisiti di linearità sono più stringenti; questi sono anche importanti nei sistemi multicanale. È infine importante ricordare che molte tecniche di miglioramento dell'efficienza richiedono comunque un amplificatore dotato di alto guadagno, cosa possibile nel campo delle RF ma meno nel settore delle microonde o ancora peggio delle onde millimetriche.

Sulla base della discussione precedente si possono identificare, per gli amplificatori di potenza, alcune aree di interesse e/o filoni di sviluppo tecnologico. Si parte dal cosiddetto amplificatore in classe A, sistema quasi-lineare che corrisponde ad un amplificatore di piccolo segnale progettato in modo da lavorare con la massima potenza di uscita. L'amplificatore in classe A presenta efficienza bassa (50%); l'efficienza può essere migliorata passando alle classi AB, B e C nelle quali l'ingresso è tale da portare il dispositivo sotto soglia per una frazione sempre maggiore del periodo. In tale modo l'efficienza aumenta, ma peggiorano linearità e guadagno. Vie alternative per il miglioramento dell'efficienza sono:

- Amplificatori in cui il carico e eventualmente il generatore presentano impedenze opportune alle armoniche del segnale (harmonic loading); l'efficienza teorica che si può raggiungere è del 100% (amplificatori in classe F)
- Amplificatori nei quali il dispositivo si comporta come un interruttore (*switching mode amplifiers*); l'amplificatore ottenuto presenta caratteristica di alta efficienza ma è completamente nonlineare (l'ampiezza di uscita è indipendente dal segnale di ingresso!) per cui può essere utilizzato solo per segnali a inviluppo costante (amplificatori in classe E e D).



Fig. 4.1 - Caratteristica AM-AM e AM-PM di un amplificatore di potenza.

Per migliorare la linerità è possibile operare (tradizionalmente) in classe A praticando una riduzione consistente (detta *backoff*) della potenza di ingresso rispetto al valore a cui l'amplificatore comincia a presentare compressione. Questa procedura però sacrifica molto l'efficienza; miglioramenti si possono implementare mediante varie tecniche di linearizzazione dell'amplificatore di potenza che hanno lo scopo di consentire la riduzione del backoff o addirittura di effettuare una amplificazione lineare mediante elementi nonlineari. Le tecniche di linearizzazione presentano complessità notevole, per cui non sono di solito impiegate in amplificatori per sistemi portatili, ma solo per amplificatori di alta potenza e costo in sistemi fissi (ad esempio stazioni base).

4.3. CARATTERISTICHE DELL'AMPLIFICATORE DI POTENZA

Guadagno

L'amplificatore di potenza è un sistema quasi-lineare o non-lineare avente in ingresso un segnale (spesso a banda stretta) centrato rispetto alla frequenza f_0 , con potenza P_{in} . L'ingresso dell'amplificatore comprende (in senso generalizzato) anche l'alimentazione in continua. L'uscita dell'amplificatore di potenza è costituita da un segnale alla frequenza f_0 , amplificato al livello di potenza di uscita P_{out} , e da tutte le armoniche nf_0 della frequenza fondamentale. Analogamente a quanto si fa per un amplificatore di piccolo segnale, si definisce guadagno operativo dell'amplificatore di potenza:

$$G_{op} = \frac{P_{out}}{P_{in}}$$

mentre il guadagno di trasduzione sarà:

$$G_{tr} = \frac{P_{out}}{P_{disp,in}}.$$

Non è invece usuale definire per un amplificatore di potenza il guadagno di potenza disponibile, perché l'uscita dell'amplificatore opera in nonlinearità.

A bassa potenza il guadagno operativo coincide, assegnato il carico dell'amplificatore, con il guadagno di piccolo segnale. Al crescere della potenza di ingresso il guadagno diminuisce perché parte della potenza d'ingresso viene convertita in armoniche superiori. La potenza all'armonica fondamentale tende a saturare, all'uscita, ad un valore limite indicato con $P_{out,sat}$. Si può dimostrare che, almeno in condizioni di basso segnale di ingresso, la potenza all'armonica n dipende dalla potenza di ingresso secondo la legge:

$$P_{out}(nf_0) = K_n P_{in}^n(f_0)$$

dove K_n è detto guadagno di conversione. Gli amplificatori di potenza sono di solito progettati in modo da avere basso guadagno di conversione, mentre in altri dispositivi (come i moltiplicatori di frequenza e i mescolatori) lo scopo del progetto è proprio ottimizzare la generazione di armoniche.

Efficienza e PAE

Diciamo P_{DC} la potenza (media) ceduta dalla alimentazione in continua all'amplificatore. Tale potenza viene in parte ceduta al carico come potenza di uscita alla frequenza dell'armonica fondamentale ($P_{out} = P_{RF}$), in parte dissipata come potenza in continua dal dispositivo o dal carico, in parte infine dissipata dal dispositivo o dal carico sotto forma di armoniche superiori. Si noti che se il carico è accoppiato attraverso



Fig. 4.2 – Amplificatore di potenza con ingresso a singola o doppia portante: schema della generazione di armoniche.

un condensatore di blocco esso non dissipa potenza in continua; pertanto in tal caso P_{DC} viene in parte convertita in P_{RF} sul carico, in parte dissipata dal dispositivo. Si definisce allora *efficienza* o *rendimento* η il rapporto fra la potenza di uscita all'armonica fondamentale e la potenza ceduta dall'alimentazione in continua:

$$\eta = \frac{P_{out}(f_0)}{P_{DC}}.$$

Si noti che, come ovvio, un alimentatore può fornire potenza media solo alla componente continua, anche quando è percorso da una corrente periodica.

Un parametro molto utilizzato negli amplificatori è l'efficienza aggiunta o *power added efficiency*, PAE, definita come:

PAE =
$$\frac{P_{out}(f_0) - P_{in}(f_0)}{P_{DC}} = \eta \left(1 - \frac{1}{G_{op}}\right).$$

L'efficienza aggiunta quindi tende all'efficienza quando il guadagno è molto elevato.

Prodotti di intermodulazione: CIM e ACPR

In molti casi l'amplificatore di potenza opera con un ingresso costituito da due portanti modulate (ossia da due segnali a banda relativamente stretta, centrati alle frequenze f_1 e f_2 , vedi Figura 4.2). A causa della natura nonlineare del sistema, l'uscita è costituita dalle due frequenze f_1 e f_2 , amplificate, dalle *armoniche* degli ingressi, ma anche dai *prodotti di intermodulazione*, frequenze pari a $mf_1 + nf_2$ con m ed n interi qualsiasi, positivi o negativi. Se $f_1 \approx f_2$ sono particolarmente importanti i prodotti di intermodulazione del terzo ordine, dati da:

$$f_a = 2f_1 - f_2$$
 4.3

$$f_b = 2f_2 - f_1 \tag{4.4}$$

perché tali prodotti sono prossimi a f_1 e a f_2 (ossia, come si suole dire, *cadono in banda*). Infatti, se f_1 e f_2 sono prossime, si può porre:

$$f_2 = f_1 + \Delta f$$

da cui:

$$f_a = 2f_1 - f_2 = f_1 - \Delta f$$
 4.5

$$f_b = 2f_2 - f_1 = f_2 + \Delta f$$
 4.6

ossia $f_a \approx f_1$, $f_b \approx f_2$. Detta allora $P_{int,3}$ la potenza sul carico alla frequenza dei prodotti di intermodulazione, si definisce *rapporto di intermodulazione di terz'ordine* il parametro:

$$\text{IMD}_3 = \frac{P_{out}(f_0)}{P_{int,3}}$$

detto anche CIM (carrier to intermodulation ratio, vedi Figura 4.3). In pratica l'amplificatore di potenza opera con un segnale distribuito in modo *continuo* in una certa banda di frequenza; per un segnale continuo l'andamento dei prodotti di intermodulazione è anch'esso distribuito su una banda continua, come mostrato in Figura 4.4. I prodotti di intermodulazione occupano quindi, in un sistema multicanale, sia la banda di frequenza principale che le bande adiacenti; è chiaro quindi che nella banda principale hanno un effetto assimilabile al rumore, nelle bande adiancenti all'interferenza. Un parametro di sistema che caratterizza la situazione è lo ACPR (Adjacent Channel Power Ratio), definito come:

$$ACPR_{k} = \frac{\int_{MC} p_{out}(f) df}{\int_{C_{k}} p_{out}(f) df}$$

$$4.7$$

ove MC indica il canale principale, C_k il canale adiacente k-esimo (ad esempio il canale inferiore o superiore). Lo spettro di potenza p_{out} avrà, in condizioni realistiche, l'aspetto mostrato nella Figura 4.5. L'aumento dello spettro di potenza del segnale



Fig. 4.3 – Prodotti di intermodulazione in un amplificatore di potenza: definizione del CIM.



Fig. 4.4 – Spettro di potenza dei prodotti di intermodulazione.



Fig. 4.5 – Spettro di potenza complessivo di segnale con spectral regrowth.

di uscita rispetto a quello di ingresso è spesso indicato con il termine di *ricrescita spettrale* o *spectral regrowth*.

Coefficiente di riflessione all'ingresso

Un ultimo parametro di interesse è il coefficiente di riflessione di ingresso (insertion loss) all'armonica fondamental, Γ_{in} , definito in termini di tensione incidente e regressiva oppure (come modulo al quadrato) in termini delle relative potenze.

Curva Pin-Pout

Una rappresentazione complessiva molto comune per gli amplificatori di potenza è la cosiddetta *curva* $P_{in} - P_{out}$, grafico, in scala logaritmica, della potenza di uscita alla fondamentale e alle armoniche superiori in funzione della potenza di ingresso. Di solito le potenze sono indicate in dBm (ossia in decibel rispetto ad 1 mW):

4. AMPLIFICATORI DI POTENZA

$$\left.P\right|_{\rm dBm} = 10\log_{10}\left(\frac{P}{1\,\rm mW}\right).$$

Un esempio tipico di curva $P_{in} - P_{out}$ di amplificatore di potenza è mostrato nella Figura 4.6. Un insieme di punti notevoli sono:

- Il punto di compressione a n dB (di solito 1 dB): è la potenza di ingresso per la quale la potenza di uscita è 1 dB inferiore alla potenza di uscita corrispondente al guadagno di piccolo segnale.
- La *intercetta di n-esima armonica* (di solito n = 3): è la potenza di ingresso alla quale il prolungamento della curva che descrive la potenza di uscita di *n*-esima armonica in condizioni di bassa potenza di ingresso interseca il prolungamento della curva che descrive la potenza di uscita alla fondamentale in condizioni di piccolo segnale. In altri termini, l'intercetta corrisponde alla potenza di ingresso $P_{in,n}$ tale che:

$$G_{op,SS}P_{in,n} = K_n P_{in,n}^n$$

dove $G_{op.SS}$ è il guadagno operativo in condizioni di piccolo segnale, ossia:

$$P_{in,n} = \left(\frac{G_{op,SS}}{K_n}\right)^{\frac{1}{n-1}}$$

Si noti come, talvolta, i termini punto di compressione e intercetta sono riferiti alla potenza di uscita piuttosto che alla potenza di ingresso.

4.4. CLASSI DELL'AMPLIFICATORE DI POTENZA

Si consideri un semplice stadio di potenza costituito da un dispositivo a effetto di campo (Figura 4.7). L'ingresso è pilotato da una tensione sinusoidale di valore massimo pari a (circa) 0 e di valore minimo variabile. L'uscita è chiusa su un carico resistivo, e si suppone di trascurare la capacità di uscita del dispositivo. Il carico resistivo è disaccoppiato dalla alimentazione attraverso un bias T; si è messo in evidenza un condensatore di disaccoppiamento che blocca la componente continua della corrente sul carico. Tale blocco è di solito richiesto per evitare che il carico dissipi potenza in



 P_{in} , dBm

Fig. 4.6 – Curve $P_{in} - P_{out}$ di amplificatore di potenza.

continua, diminuendo così l'efficienza dell'amplificatore. A seconda dell'andamento nel tempo della corrente di uscita dell'amplificatore, si distinguono varie *classi* di funzionamento.

- Si parla di amplificatore in *classe A* quando la tensione minima di ingresso è maggiore o uguale alla tensione di soglia del dispositivo; in questo modo la corrente di uscita non si annulla mai e ha andamento quasi sinusoidale. In classe A l'amplificatore opera con distorsione minima ma anche, come vedremo, con rendimento relativamente basso.
- L'amplificatore è detto di *classe B* quando la tensione di ingresso è inferiore alla soglia per metà del tempo; in questo caso la corrente di uscita si annulla per metà del tempo. La corrente di uscita del dispositivo $i_D(t)$ presenta quindi

una forma d'onda simile a quella di un raddrizzatore a mezza onda. Vi sono due tipi di amplificatori in classe B:

- Gli amplificatori *single ended*, nei quali vi è un solo dispositivo attivo; l'uscita, sempre disaccoppiata in continua, può essere un resistore (single-ended *resistivo*) oppure un resistore preceduto da un filtro passabanda a banda stretta, centrato sulla armonica fondamentale (single-ended *accordato*). Il secondo caso, che evidentemente presenta banda stretta, è il più comune perché a maggiore rendimento.
- Gli amplificatori *push-pull*, nei quali vi sono due dispositivi a tandem, collegati in modo da ricostruire, da due sinusoidi raddrizzate a mezz'onda, una sinusoide intera. Anche i push-pull possono essere a carico resistivo o accordato.

L'efficienza nella classe B è superiore a quella della classe A, ma sono minori il guadagno e la linearità.

- Casi intermedi fra la classe A e la classe B vengono detti di *classe AB*. Le configurazioni disponibili in classe AB sono le stesse della classe B; la classe AB presenta di solito un guadagno maggiore, e una efficienza leggermente minore della classe B.
- Si parla infine di amplificatori in *classe C* quando la corrente di uscita si annulla per un tempo maggiore della metà.

Più di recente sono state definite altre classi di amplificatori, basate su accorgimenti particolari (l'uso di carichi opportuni alle armoniche) che consentono di aumentare l'efficienza; esempi sono gli amplificatori in classe F. Si è già detto degli amplificatori switching (classe D, E). Si tenga presente che per le classi D, E, F... la classificazione è meno consolidata che per le classi tradizionali A, AB, B, e C.



Fig. 4.7 – Schema amplificatore di potenza a singolo stadio *single-ended* con carico resistivo.



Fig. 4.8 – Schema amplificatore di potenza a singolo stadio *single-ended* con carico accordato.

4.5. L'AMPLIFICATORE DI POTENZA QUASI-LINEARE (CLASSE A)

L'amplificatore in classe A è una estensione dell'amplificatore di piccolo segnale, da cui si differenzia unicamente per la diversa scelta del punto di lavoro e del carico ottimale. In altri termini, qualsiasi amplificatore di piccolo segnale diviene un amplificatore di potenza in classe A quando la potenza di ingresso porta il punto di lavoro istantaneo al limite della linearità delle caratteristiche. In alcuni casi (amplificatori di media potenza) il dispositivo non giunge nemmeno alla saturazione, ma il limite è dato essenzialmente dalla presenza di armoniche superiori (e quindi di distorsione) di livello troppo elevato per una specifica applicazione.

Valutiamo innanzi tutto la potenza massima a radiofrequenza e la efficienza di un amplificatore in classe A. Le forme d'onda di un amplificatore di classe A portato al limite della regione lineare sono mostrate nella Figura 4.10. Detta $V_{DS,k}$ la tensione di saturazione (o di ginocchio) e $V_{DS,br}$ la tensione di breakdown di drain (valutata per $V_{GS} = V_T$), la tensione di gate viene fatta variare fra $V_{GS,max} \approx 0$ V e $V_{GS} = -V_T$, tensione di soglia. Pertanto la tensione di polarizzazione è nell'intorno di $-V_T/2$ per il gate, mentre per il drain la tensione di polarizzazione è $V_{DS,DC} \approx (V_{DS,k}+V_{DS,br})/2$ (vedi Figura 4.9). Si noti che tale tensione di polarizzazione garantisce la massima escursione nella corrente e nella tensione di uscita. Definiamo allora il valore di picco (massimo) della componente sinusoidale della tensione di drain:

$$v_{DS,M} = \frac{V_{DS,br} - V_{DS,k}}{2} \approx \frac{V_{DS,br}}{2}$$

e il valore di picco (massimo) della componente sinusoidale della corrente di drain:

$$i_{D,M} = \frac{I_{DSS}}{2}.$$

Supponiamo che la resistenza di carico R_L si tale da realizzare contemporaneamente le due escursioni massime di tensione e corrente, e che il punto di lavoro in continua sia posto nel centro della regione utile delle caratteristiche, ossia in $V_{DS,DC} \approx V_{DS,br}/2$ e in $I_{D,DC} \approx I_{DSS}/2$. Pertanto la resistenza di carico R_L assume il valore ottimale:

$$R_{Lo} = \frac{V_{DS,br}}{I_{DSS}}.$$

Tenendo presente che il condensatore blocca la componente continua di i_D , ossia che $i_L(v_L)$ contiene solo la componente sinusoidale di $i_D(v_{DS})$, si ottiene che la potenza media *sul carico* all'armonica fondamentale è data, nelle condizioni ottimali (punto di lavoro e escursione) da:

$$P_{RF,M} = \frac{1}{2} v_{L,M} i_{L,M} \cos \theta = \frac{1}{2} v_{DS,M} i_{D,M} \approx \frac{V_{DS,br} I_{DSS}}{8}$$

Essendo il carico resistivo lo sfasamento tensione-corrente θ è nullo.

La potenza totale ceduta dall'alimentazione si ottiene moltiplicando la componente continua della tensione di drain (ossia la tensione di alimentazione) per la componente continua della corrente di drain (ossia la corrente ceduta dalla alimentazione in continua):

$$P_{DC} = \frac{V_{DS,br}I_{DSS}}{4}.$$

Si noti che in assenza di segnale di ingresso P_{DC} è interamente dissipata dal dispositivo (il carico è infatti disaccoppiato in continua); in presenza di segnale parte di P_{DC} viene trasferita al carico come P_{RF} , e in condizioni ottimali (massima escursione di tensione e corrente) il rendimento (massimo) è quindi:

$$\eta_A = \frac{P_{RF,M}}{P_{DC}} = 0.5$$

Si dice pertanto che il rendimento massimo dell'amplificatore in classe A è pari al 50%.

ESEMPIO 4.1

• Un transistore operante in classe A presenta una resistenza termica $R_{\theta} = 2 \text{ °C/mW}$. Tenendo presente che $I_{DSS} = 10 \text{ mA}$, $V_{DS,br} = 14 \text{ V}$ e che il punto di polarizzazione è quello ottimale in classe A, valutare l'aumento di temperatura del dispositivo rispetto all'ambiente quando il segnale di ingresso passa da 0 al suo valore massimo. Si assuma un guadagno di 20 dB.

• La potenza massima in classe A è:

$$P_{RF,M} = \frac{I_{DSS}V_{DS,br}}{8} = \frac{10 \cdot 14}{8} = 17.5 \text{ mW};$$



Fig. 4.9 – Retta di carico di amplificatore in classe A con punto di lavoro e carico ottimali.

pertanto, essendo il guadagno pari a 100 (20 dB) la potenza di ingresso P_{in} varia fra 0 e 17.5/100 = 0.175 mW. La potenza ceduta dall'alimentatore non dipende dal livello del segnale ed è pari a:

$$P_{DC} = \frac{I_{DSS}V_{DS,br}}{4} = \frac{10 \cdot 14}{4} = 35 \text{ mW};$$

mentre la potenza dissipata dal dispositivo è:

$$P_{dev} = P_{DC} - P_{RF} = 35 - 100 \cdot P_{in,M} \cdot \frac{P_{in}}{P_{in,M}} = 35 - 17.5 \frac{P_{in}}{P_{in,M}} \text{ mW}.$$

Corrispondentemente, l'aumento di temperatura del dispositivo è:

$$\Delta T_{dev} = R_{\theta} P_{dev} = 2 \cdot \left(35 - 17.5 \frac{P_{in}}{P_{in,M}} \right) \,^{\circ} \mathbf{C} = 70 - 35 \frac{P_{in}}{P_{in,M}} \,^{\circ} \mathbf{C}.$$

Pertanto il dispositivo si raffredda all'aumentare della potenza di segnale, passando da 70 a $35 \,^{\circ}$ C.



Fig. 4.10 – Forme d'onda per amplificatore in classe A.

Criteri di progetto e load-pull in classe A

Come si è visto lo potenza di uscita ottimale in classe A ha luogo per una resistenza di carico ottimale compatibile con la pendenza ottimale della retta di carico, ossia per



Fig. 4.11 – Schema di amplificatore in classe A con adattamento in uscita. Si noti che per brevità non sono stati indicati i dettagli della rete di polarizzazione (bias T).

 $R_L = R_{Lo}$ con:

$$R_{Lo} \approx \frac{V_{DS,br}}{I_{DSS}}.$$

Nel progetto di un amplificatore di potenza in classe A pertanto si può seguire, in prima approssimazione, la seguente strategia:

- Il punto di lavoro è scelto secondo il criterio di ottimo in classe A, alla corrente di drain pari a metà corrente massima e a tensione di drain pari a metà tensione di breakdown.
- La rete di adattamento all'uscita è realizzata in modo tale (Figura 4.11) da far vedere all'uscita del generatore pilotato una ammettenza:

$$Y_L' = 1/R_{Lo}$$

In tal caso infatti la curva di carico è una retta, e il fattore di potenza vale 1. Pertanto, detta j B_{out} la suscettanza di uscita (di solito capacitiva) del dispositivo, la rete di adattamento è progettata in modo da trasformare il carico esterno (ad esempio 50 Ω) nella ammettenza:

$$Y_L = 1/R_{Lo} - jB_{out}$$

di solito induttiva.

 La rete di ingresso viene progettata di solito per rendere minimo il coefficiente di riflessione all'ingresso, ossia si cerca adattamento di potenza.



Fig. 4.12 – Amplificatore in classe A con punto di lavoro ottimale e carico ottimale (a) e non ottimale [(b),(c)].

Eventuali problemi di stabilità dentro e fuori banda si affrontano con tecniche già viste per il caso lineare. Cosa accade al variare del carico rispetto al valore ottimale? Come discusso più in dettaglio nel resto della sezione, al variare della resistenza di carico la potenza di saturazione decresce perché si ha limitazione dell'uscita in tensione o in corrente. Aumenta però il guadagno di piccolo segnale, che è massimo quando la resistenza di carico presenta il valore ottimo per l'adattamento complesso coniugato. Al variare del carico (supposto per semplicità resistivo) si ha quindi la situazione mostrata nella Figura 4.13.

Dal punto di vista sperimentale, è possibile misurare la potenza di uscita al variare del carico (variazione che può essere ottenuta meccanicamente o elettronicamente). Le curve di livello a pari potenza di uscita nel piano del coefficiente di riflessione del carico rispetto ad una resistenza di riferimento R_0 sono dette *curve di load-pull*, di solito rappresentate sulla carta di Smith. Il massimo di potenza di uscita può così essere individuato sperimentalmente in corrispondenza del carico ottimo, per un assegnato



 P_{in} , dBm

Fig. 4.13 – Curva $P_{in} - P_{out}$ di amplificatore in classe A con punto di lavoro ottimale e carico ottimale e non ottimale.

valore della potenza di ingresso. In condizioni di linearità, le curve di load pull sono semplicemente le curve a guadagno costante, ossia dei cerchi sulla carta di Smith. In classe A, ma al limite della linearità (ossia tenendo conto della saturazione nella escursione di tensione e/o di corrente) si ottengono di forma più schiacciata (vedi Figura 4.16). L'andamento di tali curve può essere spiegato attraverso la semplice teoria seguente, dovuta a Cripps.

Consideriamo la Figura 4.12. Nelle condizioni ottimali si ottiene la potenza massima:

$$P_{RF,M} = \frac{1}{2} v_{L,M} i_{L,M}.$$

Supponiamo (Figura 4.12b) che $R_L < R_{Lo}$; l'uscita è allora *limitata in tensione*, e pertanto:

$$i_{L,P} = i_{L,M}$$
$$v_{L,P} = |Z'_L|i_{L,M}$$

ove si è indicato con $i_{L,P}$ il valore di picco della componente a RF della corrente sul carico, con $v_{L,P}$ il corrispondente valore della tensione, e con $i_{L,M}$, $v_{L,M}$ i valori massimi della corrente e della tensione sul carico che mantengono il dispositivo in linearità. Si è inoltre indicato $Z'_L = 1/Y'_L$, dove Y'_L è l'ammettenza vista dal generatore pilotato in uscita. In tali condizioni la potenza a radiofrequenza è:

$$P_{RF} = \frac{1}{2} i_{L,M} v_{L,P} \cos \theta = \frac{1}{2} i_{L,M}^2 \Re\{Z'_L\} = P_{RF,M} \frac{1}{R_{Lo}} \Re\left\{\frac{1}{Y_L + jB_{out}}\right\}$$

Essendo $v_{L,P} < v_{L,M}$ si ha anche $|Z'_L|i_{L,M} < R_{Lo}i_{L,M}$ e quindi la limitazione in corrente ha luogo se $|Z'_L| < R_{Lo}$, ossia se:

$$\frac{1}{|Y_L + \mathbf{j}B_{out}|} < R_{Lo}.$$
4.8

Supponiamo ora (Figura 4.12c) che $R_L > R_{Lo}$; l'uscita è allora *limitata in corrente*, e pertanto:

$$v_{L,P} = v_{L,M}$$
$$i_{L,P} = |Y'_L|v_{L,M}$$

In tali condizioni la potenza a radiofrequenza è:

$$P_{RF} = \frac{1}{2} i_{L,P} v_{L,M} \cos \theta = \frac{1}{2} v_{L,M}^2 \Re\{Y_L'\} = P_{RF,M} R_{Lo} \Re\{Y_L + jB_{out}\}.$$

Essendo $i_{L,P} < i_{L,M}$ si ha anche $|Y'_L|v_{L,M} < R_{Lo}^{-1}v_{L,M}$ e quindi la limitazione in corrente ha luogo se $|Y'_L| < R_{Lo}^{-1}$, ossia se:

$$\frac{1}{|Y_L + \mathbf{j}B_{out}|} > R_{Lo},$$

$$4.9$$

condizione complementare alla precedente (4.8). Per discutere l'andamento della potenza in funzione della impedenza di carico, poniamoci innanzi tutto in un caso semplice, in cui la resistenza di carico $R'_L = 1/G'_L$ è reale. Si ha allora, per $R'_L < R_{Lo}$,

$$P_{RF} = \frac{1}{2}i_{L,M}^2 R'_L = P_{RF,M} \frac{R'_L}{R_{Lo}}$$

mentre, per $R'_L > R_{Lo}$,

$$P_{RF} = \frac{1}{2} v_{L,M}^2 \frac{1}{R_L'} = P_{RF,M} \frac{R_{Lo}}{R_L'}$$



Fig. 4.14 – Potenza di uscita con carico resistivo in funzione del coefficiente di riflessione rispetto al carico ottimale: comportamento di piccolo e ampio segnale.

Definito il coefficiente di riflessione di R'_L rispetto a R_{Lo} , l'andamento della potenza di uscita è rappresentato nella Figura 4.14 e confrontato con la variazione rispetto al massimo tipica del caso lineare (e dovuta a semplice disadattamento di impedenza rispetto alla condizione di ottimo). Si può facilmente notare che la variazione della potenza di uscita rispetto alla condizione ottimale è molto più pronunciata che nel caso lineare. Per passare al caso generale, consideriamo innanzi tutto la condizione in cui $B_{out} = 0$ e si assume come impedenza di normalizzazione R_{Lo} . La condizione di ottimo si ha quindi nel centro della carta di Smith, mentre le due condizioni 4.8 e 4.9 si esprimono dicendo che l'impedenza di carico normalizzata $z_L = Z_L/R_{Lo}$ è tale che $|z_L| > 1$ oppure $|z_L| < 1$. Questa condizione si traduce, nel piano Γ_L , nella condizione limite:

$$|\Gamma_L + 1| = |\Gamma_L - 1|$$

da cui facilmente si dimostra che Γ_L deve essere immaginario puro. Pertanto la carta di Smith resta divisa in due regioni, quella di sinistra in cui vale la 4.8, quella di destra in cui vale la 4.9. Ne consegue che a sinistra la potenza di uscita è:



Fig. 4.15 – Potenza di uscita con carico resistivo in funzione del coefficiente di riflessione rispetto al carico ottimale: caso $B_{out} = 0$, Z_L normalizzata rispetto a R_{Lo} .

$$P_{RF} = P_{RF,M} \frac{R_L}{R_{Lo}} = P_{RF,M} r_L$$

mentre a destra:

$$P_{RF} = P_{RF,M}R_{Lo}G_L = P_{RF,M}g_L$$

dove si sono indicate con R_L e G_L le parti reali delle impedenze e ammettenze di carico, rispettivamente. Pertanto le curve a potenza costante sono, a sinistra, i cerchi a resistenza costante; a destra, le curve a conduttanza costante (cfr. Figura 4.15). Si

noti che le curve risultano, ancora una volta, più addensate dei cerchi di guadagno a piccolo segnale.

Nel caso generale le due condizioni 4.8 e 4.9, che individuano nel piano Z_L due regioni separate da una circonferenza, portano allo stesso tipo di suddivisione nel piano Γ_L (grazie alle proprietà della trasformazione fra impedenze e riflettenze). In ciascuna delle due regioni le curve a potenza costante sono proporzionali alla resistenza a alla reattanza di carico vista all'uscita del generatore pilotato, secondo lo schema mostrato nella Figura 4.16. Si ottengono in tal modo curve di livello di forma grossolanamente circolare, ma molto più schiacciate dei cerchi tipici del guadagno in condizioni di piccolo segnale. L'andamento delle curve reali di load-pull è simile a quello delle curve derivate dal modello semplificato. Si noti che in pratica la transizione fra il caso lineare e quello nonlineare è continua, piuttosto che brusca come avviene nel modello semplificato.

Saturazione di potenza in classe A

L'analisi dell'amplificatore in classe A condotta presuppone che il dispositivo attivo operi in condizioni lineari fino ad una tensione/corrente di saturazione, ove la tensione e la corrente sono bruscamente limitate. In altri termini, quando la potenza di ingresso supera un certo valore, la forma d'onda in uscita subisce un effetto di taglio, con conseguente generazione di armoniche e saturazione. Una analisi semplificata dell'effetto di saturazione (ossia dell'andamento della potenza di uscita all'armonica fondamentale in funzione della potenza di ingresso oltre al punto di saturazione di tensione o corrente) si ottiene analizzando la forma d'onda di Figura 4.17, che descrive l'andamento della corrente di drain quando l'amplificatore è condotto fuori linearità (per fissare le idee, si suppone che la limitazione avvenga per saturazione in corrente). Si ha lo sviluppo di serie di Fourier:

$$i_D(t) = a_0 + \sum_{n=1,3,5...}^{n=\infty} a_n \cos(n\omega t).$$

I coefficienti dello sviluppo si possono esprimere in termini del parametro I_M , che descrive il valore di picco della sinusoide non limitata. Posto:



Fig. 4.16 – Potenza di uscita in funzione del coefficiente di riflessione del carico in condizioni di ampio segnale.

$$\xi = \frac{I_{DSS}}{2I_M}$$

si ottiene:

$$a_0 = I_{DSS}/2$$

per il valore medio, e quindi:

$$a_1 = I_M \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \cos^{-1}(\xi) + \frac{1}{\pi} \sin[2\cos^{-1}(\xi)] \right\}$$



Fig. 4.17 - Corrente di drain di amplificatore in classe A fuori linearità.

per l'ampiezza della prima armonica; le armoniche superiori (dispari) non vengono riportate perché non interessano il calcolo della potenza di uscita. Ora, I_M è proporzionale alla escursione di v_{GS} e quindi a $\sqrt{P_{in}}$, ove P_{in} è la potenza di ingresso (operativa o disponibile). Definiamo $P_{in,lin}$ la potenza di ingresso (operativa o disponibile) che porta il dispositivo al limite della linearità, ossia la potenza di ingresso per cui $I_M = I_{DSS}/2$. Evidentemente risulta:

$$\xi = \sqrt{\frac{P_{in,lin}}{P_{in}}}.$$

Si tenga presente inoltre che la potenza di uscita (in linearità, su carico accordato) è data da:

$$P_{out,lin} = G_{op}P_{in} = \frac{1}{2}I_M^2 R_L$$

con $P_{in} < P_{in,lin}$. In generale la potenza di uscita alla armonica fondamentale è:

$$P_{out} = \frac{1}{2}a_1^2 R_L = \frac{1}{2}I_M^2 R_L \left\{ 1 - \frac{2}{\pi}\cos^{-1}(\xi) + \frac{1}{\pi}\sin[2\cos^{-1}(\xi)] \right\}^2$$

ma per $P_{in} > P_{in,lin}$ si ottiene comunque:

$$P_{out} = \frac{1}{2} I_M^2 R_L = G_{op} P_{in}$$

4. AMPLIFICATORI DI POTENZA

per cui si ottiene, finalmente:

$$P_{out} = G_{op}P_{in}, \quad P_{in} < P_{in,lin}$$
$$P_{out} = G_{op}P_{in} \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \cos^{-1}(\xi) + \frac{1}{\pi} \sin[2\cos^{-1}(\xi)] \right\}^2, \quad P_{in} > P_{in,lin}$$

L'andamento della curva $P_{in} - P_{out}$ è mostrato nella Figura 4.18; si può notare la saturazione della potenza al valore teorico:

$$P_{sat} = \frac{16}{\pi^2} G_{op} P_{in,lin}$$

ossia la potenza di saturazione è 1.6 volte circa superiore alla potenza al limite della linearità. Conviene dunque operare un po' oltre il limite della linearità, ad esempio nell'intorno del punto di compressione a 1 dB. Nel semplice modello presentato la generazione di armoniche ha luogo solo per potenze superiori al limite lineare, e le potenze relative alle armoniche pari sono identicamente nulle.

In conclusione, se il segnale di ingresso porta l'uscita in nonlinearità (si dice in questo caso che l'amplificatore è *overdriven*) si ha un aumento di efficienza compensato da una diminuzione di guadagno e di linearità; la scelta di lavorare, in classe A, con una compressione bassa (ad esempio 1 dB) consente un compromesso fra le diverse esigenze, pur non portando a drammatici miglioramenti di efficienza.

4.6. Generazione di armoniche e IMP in un amplificatore in classe A

La generazione di armoniche e prodotti di intermodulazione è una caratteristica degli amplificatori di potenza, anche operanti per potenze di ingresso inferiori alla potenza di saturazione. La transcaratteristica tensione di gate-corrente di drain non è infatti una retta, ma presenta una caratteristica nonlineare (in prima approssimazione in un FET, quadratica). Pertanto, anche in un amplificatore quasi-lineare (classe A) a potenze di ingresso inferiori alla potenza di saturazione l'uscita corrispondente ad un ingresso monofrequenziale contiene armoniche, mentre l'uscita corrispondente ad un ingresso a due toni contiene armoniche e prodotti di intermodulazione (IMP), come



Fig. 4.18 – Saturazione di potenza in amplificatore in classe A.

si è già messo in evidenza precedentemente. In questa sezione si propone un modello approssimato dell'amplificatore quasi lineare che ha lo scopo di mettere in evidenza il comportamento di armoniche e IMP al variare della potenza di ingresso.

Allo scopo di analizzare, in prima approssimazione, l'effetto di nonlinearità, si può ricorrere al cosiddetto metodo delle serie di potenze, che si basa sulle considerazioni seguenti. Molti sistemi e circuiti nonlineari si possono modellare, almeno in prima approssimazione, attraverso la cascata di due blocchi funzionali: un filtro, od altro dispositivo selettivo in frequenza, seguito da un blocco non lineare senza memoria, ossia con funzione di trasferimento algebrica. Il modello è mostrato in Figura 4.19; il filtro ha ingresso s(t), uscita u(t) e funzione di trasferimento $H(\omega)$; lo stadio non lineare ha risposta all'ingresso u(t) esprimibile attraverso una funzione nonlineare che può essere sviluppata in serie di potenze:

$$w(t) = f(u(t)) = \sum_{n=1}^{N} a_n u^n(t) = a_1 u(t) + a_2 u^2(t) + a_3 u^3(t) + \dots$$



Fig. 4.19 – Modello in serie di potenze di un sistema non lineare.

Si può anche scrivere:

$$w(t) = \sum_{n=1}^{N} w_n(t)$$

dove $w_n(t) = a_n u^n(t)$. Ovviamente la serie deve essere, in pratica, troncata ad un certo valore massimo N. Le variabili w(t) ed u(t) si possono interpretare come correnti o tensioni di piccolo segnale; il sistema nel suo complesso può rappresentare lo stadio di ingresso e di uscita di un dispositivo attivo, la nonlinearità essendo associata ad esempio alla transcaratteristica del dispositivo. È importante che la funzione di trasferimento f(u) sia stimabile termine a termine, debolmente non lineare e quindi adeguatamente approssimabile da un numero limitato di termini (ad esempio da tre a cinque).²

Analisi con serie di potenze di un amplificatore a FET

La Figura 4.20, mostra il circuito equivalente semplificato, unidirezionale, di un FET. Per semplicità si suppone che il generatore di uscita dipenda solo dalla tensione del canale, ossia che il dispositivo lavori in saturazione, con resistenza di uscita R_{DS} di piccolo segnale infinita.

L'eccitazione comprende un segnale in ingresso e la polarizzazione, più una polarizzazione in uscita. Gli elementi del circuito sono ben identificati in quelli del diagramma

²Si può immediatamente notare come la tecnica dello sviluppo in serie di potenze sia confinata a casi particolari, e quindi non si presti alla analisi di circuiti complessi. Inoltre, non è possibile analizzare in modo diretto situazioni nelle quali sono presenti elementi insieme nonlineari e reattivi, ad esempio la capacità di un diodo in polarizzazione inversa.



Fig. 4.20 – Circuito equivalente semplificato di un FET, per il quale è applicabile il modello in serie di potenze.

a blocchi in Figura 4.19; $e_g(t)$ corrisponde ad s(t), $v^*(t)$ ad u(t) ed $i_D(t)$ a w(t). La funzione di trasferimento lineare di ingresso è:

$$H(\omega) = V^*(\omega) / E_g(\omega)$$

dove $V^*(\omega)$ e $E_g(\omega)$ sono gli equivalenti nel dominio della frequenza di $v^*(t)$ e $e_g(t)$, rispettivamente. Così, in questo esempio:

$$H(\omega) = \frac{1}{-\omega^2 L_G C_{GS} + j\omega \left(R_s + R_G\right) C_{GS} + 1}$$

La sola non linearità nel circuito è la funzione di trasferimento $i_D = f(v^*)$ tra la tensione $v^*(t)$ sul canale e la corrente di drain in saturazione, $i_D(t)$. È conveniente definire tale corrente rispetto alla sua componente continua (del punto di polarizzazione), e $v^*(t)$ rispetto alla sua componente continua. Detta allora $F(v^*)$ la transcaratteristica del dispositivo in saturazione, supposta indipendente da v_{DS} , e V_{GG} il punto di polarizzazione in continua del gate, possiamo definire:

$$f(v^{*}(t)) = F(V_{GG} + v^{*}(t)) - F(V_{GG})$$

funzione che si annulla per $v^* = 0$. Sviluppando in serie di potenze la transcaratteristica si ottiene:

$$f(v) = \left[\frac{dF}{dV}\right]_{V_{GG}} v^* + \frac{1}{2} \left[\frac{d^2F}{dV^2}\right]_{V_{GG}} (v^*)^2 + \frac{1}{6} \left[\frac{d^3F}{dV^3}\right]_{V_{GG}} (v^*)^3 + \dots$$

Un modello nonlineare rappresentabile attraverso la tecnica della serie di potenze si

presta ad una soluzione diretta nel dominio della frequenza. Tale soluzione è particolarmente semplice, anche nel caso in cui le frequenze in gioco siano Q > 1, non commensurate.³ In tal caso possiamo scrivere per la parte tempovariante dell'eccitazione:

$$e_{g}(t) = \frac{1}{2} \sum_{q=1}^{Q} \left[E_{g,q} \exp\left(j\omega_{q}t\right) + E_{g,q}^{*} \exp\left(-j\omega_{q}t\right) \right]$$

o, in forma più compatta:

$$e_g(t) = \frac{1}{2} \sum_{q=-Q,\neq 0}^{Q} E_{g,q} \exp(j\omega_q t).$$

Si noti che la componente continua della eccitazione è stata esplicitamente scorporata, eliminando il termine di ordine zero della sommatoria. In realtà, un circuito nonlineare può comunque generare componenti continue in risposta ad un insieme di eccitazioni prive di tali componenti (si pensi al funzionamento di un raddrizzatore). Tuttavia, in condizioni di segnale sufficientemente piccolo e di debole nonlinearità, possiamo trascurare la conversione AC-DC, ossia l'offset del punto di lavoro in continua prodotto dalle componenti continue generate, all'uscita, dal comportamento nonlineare. Questa approssimazione è inapplicabile in componenti fortemente nonlineari, ad esempio negli amplificatori operanti in classe B. Per semplificare la notazione, eviteremo d'ora in poi di indicare nelle sommatorie il vincolo $q \neq 0$.

L'uscita della parte lineare del sistema, che ha ingresso armonico a più frequenze, si può scrivere in modo diretto applicando ad ogni frequenza la relativa funzione di trasferimento. Si ottiene:

$$v^{*}(t) = \frac{1}{2} \sum_{q=-Q}^{Q} E_{g,q} H(\omega_{q}) \exp(j\omega_{q}t),$$

ove si è usata la notazione $\omega_{-q} = -\omega_q$, $E_{g,-q} = E_{g,q}^*$ e $H(\omega_{-q}) = H^*(\omega_q)$. L'uscita dello stadio non lineare si trova per sostituzione diretta; si trova che la corrente di drain (misurata rispetto al valore di polarizzazione) si scrive:

³Due frequenze si dicono non commensurate quando il loro rapporto non è uguale al rapporto fra due numeri interi. Frequenze commensurate ammettono un periodo comune, per frequenze non commensurate il periodo comune tende ad infinito.

$$i_{D}(t) = \sum_{n=1}^{N} a_{n}(v^{*})^{n}(t) = \sum_{n=1}^{N} \frac{a_{n}}{2^{n}} \left[\sum_{q=-Q}^{Q} E_{g,q} H(\omega_{q}) \exp(j\omega_{q}t) \right]^{n} =$$
$$= \sum_{n=1}^{N} \frac{a_{n}}{2^{n}} \sum_{q_{1}=-Q}^{Q} \sum_{q_{2}=-Q}^{Q} \dots \sum_{q_{n}=-Q}^{Q} E_{g,q_{1}} \dots E_{g,q_{n}} H(\omega_{q_{1}}) \dots H(\omega_{q_{n}}) \times$$
$$\times \exp\left[j(\omega_{q_{1}} + \omega_{q_{2}} + \dots \omega_{q_{n}}) t\right].$$

Le equazioni precedenti mostrano che la nonlinearità genera, in linea di principio, numerose nuove frequenze. Le frequenze generate sono combinazioni lineari, con coefficienti interi negativi o positivi, delle frequenze di ingresso. In particolare, ogni frequenza generata dal termine di grado *n*-esimo è una combinazione lineare di *n* frequenze di eccitazione. Allo scopo di fissare meglio le idee, risolviamo esplicitamente il caso Q = 2 isolando i termini di ordine fino al terzo. Per semplicità scriviamo, posto $H(\omega_q) = H_q$:

$$i_{D}(t) = \sum_{n=1}^{N} i_{Dn}(t) = \sum_{n=1}^{N} \frac{a_{n}}{2^{n}} \left[\sum_{q=-Q}^{Q} E_{gq} H_{q} \exp(j\omega_{q}t) \right]^{n} =$$
$$= \sum_{n=1}^{N} \frac{a_{n}}{2^{n}} \left[\sum_{q=-Q}^{Q} K_{q} \exp(j\omega_{q}t) \right]^{n}.$$

Si ha allora:

$$\sum_{q=-2}^{2} K_q \exp(j\omega_q t) = K_{-2} e^{j\omega_{-2}t} + K_{-1} e^{j\omega_{-1}t} + K_1 e^{j\omega_1 t} + K_2 e^{j\omega_2 t} =$$
$$= K_2^* e^{-j\omega_2 t} + K_1^* e^{-j\omega_1 t} + K_1 e^{j\omega_1 t} + K_2 e^{j\omega_2 t}$$

da cui si ottiene la corrente di ordine uno:

$$i_{D1}(t) = a_1 v^* = \frac{1}{2} a_1 K_2^* e^{-j\omega_2 t} + \frac{1}{2} a_1 K_1^* e^{-j\omega_1 t} + \frac{1}{2} a_1 K_1 e^{j\omega_1 t} + \frac{1}{2} a_1 K_2 e^{j\omega_2 t}$$

la corrente di ordine due:

$$i_{D2}(t) = a_2(v^*)^2 = \frac{1}{4}a_2 \left(K_{-2}e^{j\omega_{-2}t} + K_{-1}e^{j\omega_{-1}t} + K_1e^{j\omega_{1}t} + K_2e^{j\omega_{2}t} \right)^2 =$$
$$= \frac{1}{4}a_2 \left[K_2^2 e^{j2\omega_{2}t} + K_2^{*2}e^{-j2\omega_{2}t} \right]$$
$$+ \frac{1}{2}a_2 \left[K_1K_2e^{j(\omega_{1}+\omega_{2})t} + K_2^{*}K_1^{*}e^{-j(\omega_{2}+\omega_{1})t} \right]$$

$$+\frac{1}{2}a_{2}\left[K_{2}^{*}K_{1}e^{j(-\omega_{2}+\omega_{1})t}+K_{1}^{*}K_{2}e^{-j(-\omega_{2}+\omega_{1})t}\right]$$
$$+\frac{1}{2}a_{2}\left[K_{2}^{*}K_{2}+K_{1}^{*}K_{1}\right]+\frac{1}{4}a_{2}\left[K_{1}^{2}e^{j2\omega_{1}t}+K_{1}^{*2}e^{-j2\omega_{1}t}\right]$$

e la corrente di ordine tre:

$$\begin{split} i_{D3}(t) &= a_3(v^*)^2 = \frac{1}{8} a_3 \left(K_{-2} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_{-2}t} + K_{-1} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_{-1}t} + K_1 \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_{1}t} + K_2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_{2}t} \right)^3 = \\ &= \frac{1}{8} a_3 \left[K_2^3 \mathrm{e}^{\mathrm{j}3\omega_{2}t} + K_2^{*3} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}3\omega_{2}t} \right] + \frac{1}{8} a_3 \left[K_1^3 \mathrm{e}^{\mathrm{j}3\omega_{1}t} + K_1^{*3} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}3\omega_{1}t} \right] \\ &\quad + \frac{3}{8} a_3 \left[K_1 K_2^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega_{1} + 2\omega_{2})t} + K_1^* K_2^{*2} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega_{1} + 2\omega_{2})t} \right] \\ &\quad + \frac{3}{8} a_3 \left[K_1^* K_2^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\omega_{2} - \omega_{1})t} + K_2^{*2} K_1 \mathrm{e}^{-\mathrm{j}(2\omega_{2} - \omega_{1})t} \right] \\ &\quad + \frac{3}{8} a_3 \left[(K_2^* K_2^2 + 2K_1^* K_1 K_2) \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_{2}t} + (K_2^{*2} K_2 + 2K_2^* K_1^* K_1) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_{2}t} \right] \\ &\quad + \frac{3}{8} a_3 \left[K_1^2 K_2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\omega_{1} + \omega_{2})t} + K_2^* K_1^{*2} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}(2\omega_{1} + \omega_{2})t} \right] \\ &\quad + \frac{3}{8} a_3 \left[(K_2^* K_1 K_2 + 2K_1^* K_1^2) \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_{1}t} + (K_2^* K_1^* K_2 + 2K_1^{*2} K_1) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_{1}t} \right] \\ &\quad + \frac{3}{8} a_3 \left[K_2^* K_1^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\omega_{1} - \omega_{2})t} + K_1^{*2} K_2 \mathrm{e}^{-\mathrm{j}(2\omega_{1} - \omega_{2})t} \right]. \end{split}$$

Come si vede l'effetto principale della nonlinearità è la generazione di frequenze diverse da quelle di ingresso. Nell'ambito delle frequenze generate, dette genericamente *frequenze di mescolamento*, si parla in generale di *armonica fondamentale* quando ci si riferisce alle frequenze già presenti all'ingresso, di *armoniche superiori* con riferimento a frequenze multiple, di *continua* (frequenza nulla) e infine di *prodotti di intermodulazione*, che sono frequenze del tipo $\pm n\omega_1 \pm m\omega_2$ in presenza di due frequenze di ingresso.

È inoltre importante nelle analisi seguenti distinguere tra i concetti di grado e di ordine:

- Il grado della non linearità si riferisce alla potenza di u(t) nella caratteristica di trasferimento non lineare; ad esempio la componente parabolica della caratteristica ha grado due.
- L'ordine n-esimo della frequenza di mescolamento è definito come quello derivante dalla somma di n frequenze d'eccitazione; ad esempio la terza armonica è (ma non solo) di ordine tre in quanto si ottiene sommando tre volte la frequenza fondamentale.

In un sistema descritto attraverso serie di potenze, le frequenze di mescolamento di ordine *n* sono generate dalla nonlinearità di ordine *n*; tuttavia, non è possibile determinare l'ordine del prodotto di intermodulazione dalla sua frequenza. Per esempio, la frequenza del prodotto di intermodulazione del terzo ordine $2\omega_1 - \omega_2$ viene generata come $2\omega_1 - \omega_2 = \omega_1 + \omega_1 - \omega_2$ (ossia è di ordine tre), ma coincide con una frequenza di mescolamento del quinto ordine, poiché $2\omega_1 - \omega_2 = \omega_1 + \omega_1 - \omega_2$. In un sistema nonlineare più generale, le frequenze di mescolamento di ordine *n* sono generate anche da nonlinearità di ordine inferiore. Questo accade perché in realtà i prodotti di intermodulazione e le tensioni di eccitazione sono, in generale, non limitate a parti separate del circuito.

Riassumendo i risultati ottenuti in precedenza, il termine nonlineare di ordine 2 genera le armoniche delle frequenze di ingresso $2\omega_1$ e $2\omega_2$, la continua, e i due prodotti di intermodulazione di secondo ordine $|\omega_1 \pm \omega_2|$. Il terzo ordine genera invece le terze armoniche $3\omega_1$ e $3\omega_2$, le armoniche fondamentali, e i quattro prodotti di intermodulazione del terzo ordine $|2\omega_1 \pm \omega_2|$ e $|2\omega_2 \pm \omega_1|$.

Dal punto di vista dell'analisi di un amplificatore di potenza, sono particolarmente interessanti due casi. Nel primo l'amplificatore ha un ingresso a singola frequenza ω e si vuole calcolare la potenza associata alle armoniche. Nel secondo caso l'amplificatore ha in ingresso due frequenze e si vogliono analizzare i prodotti di intermodulazione del terzo ordine che cadono in banda, ossia quelli del tipo $|2\omega_1 - \omega_2| \in |2\omega_2 - \omega_1|$.

Analisi delle curve di $P_{in} - P_{out}$ di un amplificatore di potenza in classe A

L'analisi del comportamento in frequenza della uscita alla fondamentale e alle armoniche superiori per un ingresso monofrequenziale conduce alla determinazione teorica (per basso livello di potenza di ingresso) della curva $P_{in} - P_{out}$. Dall'analisi precedente si ottiene, per Q = 1:

1. Corrente all'armonica fondamentale:

$$i_{D1}(t) = \frac{1}{2}a_1 \left[E_g H(\omega) e^{j\omega t} + E_g^* H^*(\omega) e^{-j\omega t} \right] =$$
$$= a_1 |E_g| |H(\omega)| \cos(\omega t + \phi_1(\omega))$$
2. Corrente alla seconda armonica:

$$i_{D2}(t) = \frac{1}{4} a_2 \left[E_g^2 H^2(\omega) e^{j2\omega t} + E_g^{*2} H^{*2}(\omega) e^{-j2\omega t} \right] =$$
$$= \frac{1}{2} a_2 |E_g|^2 |H(\omega)|^2 \cos(2\omega t + \phi_2(\omega))$$

3. Corrente alla terza armonica:

$$i_{D3}(t) = \frac{1}{8} a_3 \left[E_g^3 H^3(\omega) e^{j3\omega t} + E_g^{*3} H^{*3}(\omega) e^{-j3\omega t} \right] =$$
$$= \frac{1}{4} a_3 |E_g|^3 |H(\omega)|^3 \cos(3\omega t + \phi_3(\omega))$$

Tenendo presente che la potenza disponibile del generatore è pari a:

$$P_{g,disp} = \frac{|E_g|^2}{8R_q}$$

(si ricordi che E_g è un valore di picco), e che la potenza erogata al carico R_L a ciascuna armonica vale:

$$P_L(\omega) = \frac{1}{2}a_1^2 |E_g|^2 |H(\omega)|^2 R_L$$
$$P_L(2\omega) = \frac{1}{8}a_2^2 |E_g|^4 |H(2\omega)|^4 R_L$$
$$P_L(3\omega) = \frac{1}{32}a_3^2 |E_g|^6 |H(3\omega)|^6 R_L$$

è possibile esprimere la potenza alle armoniche in funzione della potenza di ingresso:

$$P_L(\omega) = 4a_1^2 |H(\omega)|^2 R_L R_g P_{g,disp} = G_t(\omega) P_{g,disp}$$

$$4.10$$

$$P_L(2\omega) = 8a_2^2 |H(2\omega)|^4 R_L R_g^2 P_{g,disp}^2 = K_2 P_{g,disp}^2$$
4.11

$$P_L(3\omega) = 16a_3^2 |H(3\omega)|^6 R_L R_g^3 P_{g,disp}^3 = K_3 P_{g,disp}^3$$
4.12

ove G_t è il guadagno di trasduzione del dispositivo, K_n è detto guadagno di conversione alla armonica *n*-esima. Si nota quindi che la potenza alla armonica *n*-esima dipende dalla potenza *n*-esima della potenza di ingresso. Essendo poi:

$$P_L(n\omega) = (P_L/10^{-3}) \, 10^3 = K_n P_{g,disp}^n = K_n P_{g,disp}^n 10^{-3n} 10^{3n} = K_n \left(P_{g,disp}/10^{-3} \right)^n 10^{-3n}$$

da cui:

$$(P_L/10^{-3}) = K_n (P_{g,disp}/10^{-3})^n 10^{-3(n-1)}.$$

Pertanto, esprimendo tutto in dB⁴:

$$P_L(n\omega)|_{\rm dBm} = K_n|_{\rm dB} + nP_{g,disp}|_{\rm dBm} - 30(n-1).$$
 4.13

In altri termini la curva $P_{in} - P_{out}$ alla armonica n é una retta con pendenza n. In particolare, per le prime tre armoniche si ha:

$$P_L(\omega)|_{dBm} = G_t(\omega)|_{dB} + P_{g,disp}|_{dBm}$$

$$4.14$$

$$P_L(2\omega)|_{\rm dBm} = K_2|_{\rm dB} + 2P_{g,disp}|_{\rm dBm} - 30$$
4.15

$$P_L(3\omega)|_{dBm} = K_3|_{dB} + 3P_{g,disp}|_{dBm} - 60.$$
 4.16

Analisi degli IMP del terz'ordine di un amplificatore di potenza in classe A

L'analisi dei prodotti di intermodulazione è interessante ai fini del cosiddetto test a due toni di ingresso, un metodo comunemente adoperato per la determinazione delle proprietà di intermodulazione di circuiti non lineari o quasi lineari. L'amplificatore è alimentato da due eccitazioni, combinate all'ingresso del componente non lineare; un attenuatore variabile è usato per regolare il livello di ingresso, e le componenti di frequenza in uscita sono osservate sull'analizzatore di spettro. Se le due frequenze di ingresso sono scelte sufficientemente vicine (ad esempio distanti 10 kHz) i prodotti di intermodulazione cadono in banda e quindi si può utilizzare strumentazione che opera nella banda di frequenza di lavoro dell'amplificatore.

Sulla base della analisi precedente, si ottengono i prodotti di intermodulazione di terz'ordine:

$$\begin{split} i_{DIM3a}(t) &= \\ &= \frac{3}{8}a_3 \left[E_{g_1}^* H^*(\omega_1) E_{g_2}^2 H^2(\omega_2) \mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\omega_2 - \omega_1)t} + E_{g_1} H(\omega_1) E_{g_2}^{*2} H^{*2}(\omega_2) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}(2\omega_2 - \omega_1)t} \right] = \\ &= \frac{3}{4}a_3 |E_{g_1}| |E_{g_2}|^2 |H(\omega_1)| |H(\omega_2)|^2 \cos((2\omega_2 - \omega_1)t + \phi_{\mathrm{IM3a}}) \end{split}$$

⁴Si noti che a rigore i guadagni di conversione non sono espressi in dB perché non rappresentano semplici rapporti di potenze. Più correttamente bisognerebbe parlare di "unità logaritmiche" intendendo il logaritmo in base 10 dell'unità naturale, moltiplicato per 10.

$$\begin{split} i_{D\mathrm{IM3b}}(t) &= \\ &= \frac{3}{8}a_3 \left[E_{g2}^* H^*(\omega_2) E_{g1}^2 H^2(\omega_1) \mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\omega_1 - \omega_2)t} + E_{g2} H(\omega_2) E_{g1}^{*2} H^{*2}(\omega_1) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}(2\omega_1 - \omega_2)t} \right] = \\ &= \frac{3}{4}a_3 |E_{g2}| |E_{g1}|^2 |H(\omega_2)| |H(\omega_1)|^2 \cos((2\omega_1 - \omega_2)t + \phi_{\mathrm{IM3b}}) \end{split}$$

Supponiamo per semplicità che $\omega_1 \approx \omega_2 = \omega$, ossia che ci si trovi nelle condizioni del test a due toni di ingresso nel quale due eccitazioni di uguale ampiezza e leggermente separate in frequenza sono applicate al circuito, e si misurano le potenze delle componenti di intermodulazione in uscita risultanti. In tal caso si può approssimare:

$$H(\omega_2) \approx H(\omega_1) = H(\omega)$$

per cui si può scrivere la potenza ai due prodotti di intermodulazione sul carico nella forma:

$$P_{\rm IM3a} = \frac{9}{32} a_3^2 |E_{g1}|^2 |E_{g2}|^4 |H(\omega)|^6 R_L$$
$$P_{\rm IM3b} = \frac{9}{32} a_3^2 |E_{g2}|^2 |E_{g1}|^4 |H(\omega)|^6 R_L$$

ma, tenendo presente che la potenza di ingresso è uguale per i due toni di ingresso, si ottiene per le potenze disponibili:

$$P_{g,disp} = \frac{|E_{g1}|^2}{8R_g} = \frac{|E_{g2}|^2}{8R_g}$$

da cui direttamente:

$$P_{\rm IM3a} = 144a_3^2 |H(\omega)|^6 R_L R_g^3 P_{g,disp}^3$$
$$P_{\rm IM3b} = 144a_3^2 |H(\omega)|^6 R_L R_g^3 P_{g,disp}^3$$

cioè la potenza associata ai due prodotti di intermodulazione è, nel test a due toni, uguale e proporzionale al cubo della potenza disponibile dei due toni stessi all'ingresso. In unità logaritmiche si ottiene:

$$P_{\rm IM3a}|_{\rm dBm} = P_{\rm IM3b}|_{\rm dBm} = 10\log_{10}\left(144a_3^2|H(\omega)|^6R_LR_g^3\right) + 3P_{g,disp}|_{\rm dBm} - 60.$$

L'espressione precedente fornisce anche una relazione diretta fra la potenza di uscita in linearità e la potenza dei prodotti di intermodulazione. Si ha infatti, tenendo presente l'espressione del guadagno di trasduzione in linearità:

$$G_t = 4a_1^2 |H(\omega)|^2 R_L R_g$$

che $P_L = G_t P_{g,disp}$, da cui:

$$P_{g,disp}|_{dBm} = P_L|_{dBm} - G_t|_{dB}.$$

Si ottiene quindi:

$$P_{\text{IM3}}|_{\text{dBm}} = 10 \log_{10} \left(\frac{9a_3^2}{4R_L^2 a_1^6} \right) + 3P_L|_{\text{dBm}} - 60.$$

È allora possibile definire il punto di intercetta del prodotto di intermodulazione di terz'ordine come quella potenza alla quale la potenza di uscita in linearità (eventualmente estrapolata) eguaglia la potenza del prodotto di intermodulazione di terz'ordine (vedi Figura 4.21). Si ha $P_{IM3} = P_L = P_{IP3}$ da cui:

$$P_{\rm IP3}|_{\rm dBm} = 30 - 10 \log_{10} \left(\frac{2R_L a_1^3}{3a_3} \right).$$

ESEMPIO 4.2

• Si consideri un FET con tensione di soglia $V_T = -2$ V e corrente di saturazione $I_{DSS} = 300$ mA. La capacità di ingresso è $C_{GS} = 0.3$ pF. Stimare le caratteristiche $P_{in} - P_{out}$ armoniche per un punto di lavoro posto a metà corrente e alla frequenza $f_T/2$, nell'ipotesi che la tensione di drain di polarizzazione sia di 10 V. Si supponga l'amplificatore chiuso su 50 Ω all'ingresso e all'uscita. Si faccia l'ipotesi di rappresentare la transcaratteristica del FET con un modello quadratico e si trascuri l'induttanza di ingresso.

• Il modello quadratico della transcaratteristica prevede:

$$I_D = I_{DSS} (1 - V_{GS} / V_T)^2$$

per ottenere $I_{D0} = I_{DSS}/2$ si ha:

$$0.5 = (1 - V_{GG}/V_T)^2$$

da cui:



Fig. 4.21 – Curve $P_{in} - P_{out}$ all'armonica fondamentale con ingresso a due toni e di prodotto di intermodulazione di terzo ordine.

$$V_{GG} = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) V_T = -0.586 \text{ V}.$$

Sviluppando in serie di potenze la transcaratteristica nell'intorno del punto di lavoro si ottiene:

$$i_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GG}}{V_T} \right)^2 - \frac{2}{V_T} I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GG}}{V_T} \right) \left(v_{GS} - V_{GG} \right) + \frac{1}{V_T^2} I_{DSS} \left(v_{GS} - V_{GG} \right)^2$$

da cui:

$$i_D = I_{D0} - \frac{2}{V_T} I_{DSS} \left(1 - \frac{V_{GG}}{V_T} \right) (v_{GS} - V_{GG}) + \frac{1}{V_T^2} I_{DSS} (v_{GS} - V_{GG})^2 =$$

= 150 + 214. 8(v_{GS} + 0.586) + 75(v_{GS} + 0.586)^2.

Pertanto si ha, esprimendo le tensioni di piccolo segnale in V e le correnti di piccolo segnale in mA:

$$i_D - I_{D0} \equiv \hat{i}_D = 214.8(v_{GS} + 0.586) + 75(v_{GS} + 0.586)^2 = 215\hat{v}_{GS} + 75\hat{v}_{GS}^2$$

ossia:

$$a_1 = 215 \text{ mA/V}$$
$$a_2 = 75 \text{ mA/V}^2$$

gli altri termini dello sviluppo sono nulli, pertanto, nella approssimazione del metodo della serie di potenze, viene generata solamente la seconda armonica. Per valutare la frequenza di lavoro è necessario calcolare la frequenza di taglio; la transconduttanza coincide per definizione con a_1 e pertanto $g_m = 215$ mS. Si ha quindi:

$$f_T = g_m / 2\pi C_{GS} = 215 \times 10^{-3} / (2\pi \times 0.3 \times 10^{-12}) = 114 \text{ GHz}.$$

da cui f = 57 GHz. Pertanto:

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega R C_{GS}}$$

con $R = 50 \Omega$, da cui, alla frequenza di lavoro:

$$|H(\omega)| = \left|\frac{1}{1 + j2\pi \times 57 \times 10^9 \times 50 \times 0.3 \times 10^{-12}}\right| = 0.183$$

Si ottiene pertanto:

$$P_{L}(\omega) = 4a_{1}^{2}|H(\omega)|^{2}R_{L}R_{g}P_{g,disp} = 4 \times (215 \times 10^{-3})^{2} \times 0.183^{2} \times 50 \times 50P_{g,disp} =$$

$$= 15.5P_{g,disp}$$

$$P_{L}(2\omega) = 8a_{2}^{2}|H(2\omega)|^{4}R_{L}R_{g}^{2}P_{g,disp}^{2} = 8 \times (72 \times 10^{-3})^{2} \times 0.183^{4} \times 50 \times 50^{2}P_{g,disp}^{2} =$$

$$= 5.8P_{g,disp}^{2}$$

Quando la corrente vale $I_{DSS} = 300$ mA, l'escursione di tensione di drain rispetto al punto di lavoro è di $150 \times 10^{-3} \times 50 = 7.5$ V. Pertanto la limitazione nella potenza di uscita è dovuta alla corrente, e la potenza massima di uscita (al limite della linearità) è $P_{RF,M} = (150 \times 10^{-3})^2 \times 50/8 = 141$ mW, corrispondente a una potenza disponibile all'ingresso di 141/15.5 = 9.1 mW. Supponendo che la potenza di saturazione sia pari a 1.6 volte la potenza massima in linearità, si ottiene che la potenza di saturazione è $141 \times 1.6 = 226$ mW. Pertanto la caratteristica $P_{in} - P_{out}$ presenta l'aspetto mostrato nella Figura 4.22.

Caratterizzazione sperimentale degli IMP del terz'ordine e dello SFDR

Come si è discusso nella sezione precedente i prodotti di intermodulazione del terzo ordine presentano, in condizioni di piccolo segnale (ossia distante dalla saturazione di



Fig. 4.22 – Curve $P_{in} - P_{out}$ all'armonica fondamentale e seconda armonica relative all'Esempio 4.2.

potenza della fondamentale) una potenza di uscita proporzionale al cubo della potenza di ingresso (si suppongono entrambi i toni di ingresso dotati della stessa potenza). L'intersezione dei prolungamenti delle curve $P_{in} - P_{out}$ relative alla fondamentale e ai prodotti di terz'ordine è spesso usata come fattore di merito dell'amplificatore; tuttavia non è misurabile in modo diretto e deve essere estrapolata da misure fatte a basso livello di segnale. La procedura di estrapolazione si basa sulle considerazioni seguenti.

Diciamo innanzi tutto IIP₃ (Input Intercept Point) e OIP₃ (Output Intercept Point) le coordinate x e y del punto di intercetta. Per potenze di ingresso arbitrarie la potenza di uscita relativa ai prodotti di terz'ordine si può scrivere nella forma seguente:

$$P_{\text{IM3},out} = GP_{in} \left(\frac{P_{in}}{\text{IIP}_3}\right)^2$$
4.17

che è corretta in quanto soddisfa alla condizione di intersezione per $P_{in} =$ IIP₃; in tali condizioni infatti la potenza dei prodotti eguaglia la potenza (lineare) in uscita alla fondamentale. Il parametro G indica qui il guadagno in linearità all'armonica fondamentale. Si ottiene quindi anche, risolvendo:

$$IIP_3 = \frac{G^{1/2} P_{in}^{3/2}}{P_{IM3,out}^{1/2}}$$
4.18

e anche, ovviamente:

$$OIP_3 = G \times IIP_3 = \frac{G^{3/2} P_{in}^{3/2}}{P_{IM3,out}^{1/2}} = \frac{P_{out}^{3/2}}{P_{IM3,out}^{1/2}}$$
4.19

Passando a scala logaritmica:

$$OIP_{3}|_{dBm} = \frac{3}{2} P_{out}|_{dBm} - \frac{1}{2} P_{IM3,out}|_{dBm}, \qquad 4.20$$

$$IIP_{3}|_{dBm} = \frac{3}{2} P_{out}|_{dBm} - \frac{1}{2} P_{IM3,out}|_{dBm} - G|_{dB}.$$
 4.21

Pertanto il punto di intercetta in uscita può essere semplicemente ricavato misurando, per una data potenza di ingresso, la potenza di uscita all'armonica fondamentale e la potenza di uscita relativa ai prodotti di intermodulazione. La misura può essere migliorata ripetendo il conto per più potenze di ingresso. Le formule precedenti corrispondono ad una semplice costruzione grafica, mostrata nella Figura 4.23. Attraverso un approccio simile si può anche ottenere la misura dello Spurious Free Dynamic Range (SFDR), già definito nel capitolo dedicato alla trattazione del rumore. Ricordiamo che lo SFDR definisce la dinamica dell'amplificatore (in ingresso) come il rapporto fra una potenza massima e minima di ingresso. La potenza minima di ingresso è quella che consente di ottenere un rapporto segnale/rumore (SNR) voluto sul carico; corrisponde quindi alla cosiddetta sensitivity dell'amplificatore. La potenza massima di ingresso viene definita, in modo piuttosto arbitrario, come quella potenza alla quale i prodotti di intermodulazione generano, all'uscita, una potenza uguale a quella generata all'uscita in linearità da un segnale pari al noise floor. In altri termini lo SF-DR è quel campo di valori della potenza di ingresso per cui le cause di rumore fisico (ad es. rumore termico all'ingresso) ma anche lo pseudorumore dovuto ad effetti di distorsione (individuato sotto forma di prodotti di intermodulazione) si mantengono inferiori ad una soglia voluta; l'estremo superiore corrisponde grosso modo alla con-



Fig. 4.23 – Valutazione grafica della intercetta di uscita dei prodotti di intermodulazione di terz'ordine.

dizione in cui gli effetti di distorsione all'uscita divengono paragonabili all'effetto del rumore, essendo il noise floor quella potenza di ingresso che fornisce all'uscita uno SNR unitario, ossia una potenza di ingresso paragonabile alla potenza di rumore. Se l'amplificatore opera in linearità lo SFDR in ingresso coincide con quello di uscita; se viceversa nel limite superiore l'amplificatore si trova già in compressione lo SFDR di uscita differisce da quello di ingresso (della compressione alla potenza massima di ingresso).

Lo SFDR può essere ricavato in termini delle intercette dei prodotti di intermodulazione di terz'ordine come segue. Ricordando le relazioni relative a sensitivity e noise floor (Sez. 1.7.):

$$\begin{split} \mathbf{S} &= NF \times (S/N)_L \times k_B TB \\ \mathbf{S}_{\mathrm{nf}} &= NF \times k_B TB \\ \mathbf{S} &= \mathbf{S}_{\mathrm{nf}} \times (S/N)_L \end{split}$$

si ha che l'estremo superiore dell'intervallo che definisce lo SFDR corrisponde alla condizione:



Fig. 4.24 – Valutazione grafica dello SFDR.

$$P_{\text{IM3,out}} = GP_{in,\max} \left(\frac{P_{in,\max}}{\text{IIP}_3}\right)^2 = G \times S_{\text{nf}}$$
4.22

ossia, risolvendo:

$$P_{in,\max} = \Pi P_3^{2/3} \times S_{nf}^{1/3}.$$
 4.23

Dalla definizione dello SFDR si ha quindi:

$$SFDR = \frac{P_{in,max}}{S} = \frac{IIP_3^{2/3} \times S_{nf}^{1/3}}{S_{nf} \times (S/N)_L} = \frac{IIP_3^{2/3} \times S_{nf}^{-2/3}}{(S/N)_L}$$
4.24

ossia, in scala logaritmica:

$$SFDR|_{dB} = \frac{2}{3} \left[IIP_3 |_{dBm} - S_{nf} |_{dBm} \right] - (S/N)_L |_{dB}$$
 4.25

risultato giá ottenuto, con notazione leggermente diversa, nella (1.113). La formula precedente corrisponde alla costruzione grafica mostrata nella Figura 4.24.

4.7. L'AMPLIFICATORE DI POTENZA FORTEMENTE NONLINEARE

Contrariamente agli amplificatori in classe A, gli amplificatori in classe B o AB presentano, dal punto di vista del dispositivo attivo, un comportamento fortemente non lineare, in quanto il segnale sinusoidale all'ingresso del gate viene trasformato in un segnale (corrente e/o tensione di drain) contenente una forte componente armonica oltre alla frequenza fondamentale. Si noti peraltro che in tali amplificatori esiste comunque un legame lineare fra la potenza di ingresso all'armonica fondamentale e la potenza di uscita alla stessa armonica. Amplificatori in classe A o B presentano, rispetto alla classe A, una maggiore efficienza, efficienza che può essere ulteriormente accresciuta attraverso la tecnica dello *harmonic loading*. Verranno prima discussi gli amplificatori in classe B e AB *single ended* con carico resistivo o accordato, quindi gli amplificatori in configurazione push-pull, e finalmente sarà dato un cenno al concetto dell'amplificatore con harmonic loading.

L'amplificatore single-ended in classe B con carico resistivo

Iniziamo l'analisi dall'amplificatore di classe B *single ended* con carico resistivo (Figura 4.7). Nell'amplificatore in classe B il dispositivo è polarizzato a corrente di drain nulla, ossia a polarizzazione di gate pari alla soglia (vedi Figura 4.25). La polarizzazione in continua di drain, V_{DD} , va determinata tenendo presente che il dispositivo genera armoniche e componenti continue in presenza di segnale, per cui il punto di lavoro in continua (in assenza di segnale) in realtà non giace sulla retta di carico dinamica (si dice cioè che il dispositivo *si autopolarizza*). Il valore di V_{DD} va determinato in modo tale da garantire la massima escursione della tensione di drain, da $V_{DS,k}$ a $V_{DS,br}$. Utilizzando una pendenza ottimale della retta di carico in modo da ottenere tale escursione massima, si ricavano le forme d'onda in uscita mostrate nella Figura 4.26. Si nota come la tensione di drain sia periodica e ammetta lo sviluppo in serie di Fourier:

$$v_{DS}(t) = V_{DS,k} + (V_{DS,br} - V_{DS,k}) \left(1 - \frac{1}{\pi}\right) - \frac{V_{DS,br} - V_{DS,k}}{2} \sin(\omega t) + \dots$$

mentre la corrente di drain ammette lo sviluppo in serie di Fourier:

$$i_{DS}(t) \approx \frac{I_{DSS}}{\pi} + \frac{I_{DSS}}{2}\sin(\omega t) + \dots$$

Pertanto la tensione di polarizzazione, pari alla componente continua della tensione di drain, risulta essere:

$$V_{DD} = V_{DS,k} + (V_{DS,br} - V_{DS,k}) \left(1 - \frac{1}{\pi}\right) \approx V_{DS,br} \left(1 - \frac{1}{\pi}\right).$$

La tensione di gate ha valore medio V_T , per cui in assenza di segnale la corrente di drain è nulla. La potenza (continua) fornita dalla alimentazione in regime tempovariante si ottiene moltiplicando la tensione di alimentazione V_{DD} per il valor medio della corrente di drain; si ottiene:

$$P_{DC} \approx \frac{V_{DS,br}I_{DSS}}{\pi} \left(1 - \frac{1}{\pi}\right).$$

Passiamo ora a valutare la potenza a radiofrequenza ceduta al carico; la resistenza di carico (ottimale) è data dal rapporto della prima armonica della tensione e della corrente; si ha:

$$R_{L,o} = \frac{V_{DS,br}}{I_{DSS}}$$

per cui la potenza massima a radiofrequenza alla componente fondamentale risulta:

$$P_{RF,M} = \frac{1}{2} \left(\frac{I_{DSS}}{2}\right)^2 R_{L,o} = \frac{I_{DSS} V_{DS,br}}{8}.$$

Si ha allora l'efficienza ottimale:

$$\eta_B = \frac{P_{RF,M}}{P_{DC}} = \left(1 - \frac{1}{\pi}\right)^{-1} \frac{\pi}{8} = \frac{\pi^2}{8(\pi - 1)} = 0.58$$

Si noti come tale efficienza tenga conto della sola componente armonica fondamentale sul carico, piuttosto che di tutte le componenti armoniche.

Rispetto all'amplificatore in classe A, il classe B con carico resistivo ha un'efficienza superiore, e non dissipa potenza nel punto di lavoro (ossia in assenza di segnale di ingresso). Gli svantaggi sono rappresentati innanzi tutto da un *guadagno inferiore*. Infatti, la tensione di ingresso di un classe B con potenza di uscita ottimale (massima) è doppia rispetto alla tensione di ingresso di un classe A in condizioni corrispondenti (nel classe B infatti V_T è il valore di picco, nel classe A il valore picco-picco); in generale la potenza di ingresso del classe B aumenta, a parità di potenza di uscita, di 6 dB rispetto al classe A. Pertanto:



Fig. 4.25 – Curva di carico di amplificatore in classe B (carico resistivo) con punto di lavoro e carico ottimali.

$$G_{op,B} \approx G_{op,A} - 6 \,\mathrm{dB}.$$

Questa condizione è ulteriormente aggravata dal fatto che un dispositivo polarizzato vicino al pinch-off presenta comunque una transconduttanza inferiore a quella della classe A. Pertanto il guadagno tende a deteriorarsi ulteriormente. Questo suggerisce di progettare l'amplificatore con un punto di lavoro a corrente di drain diversa da zero, ossia in classe AB.

L'amplificatore single-ended in classe B con carico accordato

L'amplificatore a carico resistivo non è utilizzato in pratica, in quanto la sua efficienza è di poco superiore alla classe A; inoltre il segnale sul carico è fortemente distorto e andrebbe comunque filtrato con un filtro passabanda centrato nell'intorno dell'armonica fondamentale. Per aumentare l'efficienza si utilizza un amplificatore con *carico accordato* (vedi Figura 4.8). A causa del filtro passabanda, sul carico la tensione è puramente sinusoidale all'armonica fondamentale, e pertanto anche sull'uscita del dispo-



Fig. 4.26 – Forme d'onda per amplificatore in classe B a carico resistivo.

sitivo la tensione è una sinusoide sommata alla componente continua (che è bloccata sul carico dal condensatore di blocco). Le forme d'onda e la curva di carico dinamica sono mostrati nelle Figura 4.28 e 4.27, rispettivamente. La tensione di polarizzazione corrisponde alla componente continua della tensione di drain, e quindi:

$$V_{DD} = \frac{V_{DS,br}}{2}.$$

Pertanto la potenza in continua erogata dal generatore (il carico non assorbe potenza in continua) è il prodotto dei valori medi di tensione e corrente di drain:

$$P_{DC} = \frac{V_{DS,br}I_{DSS}}{2\pi}.$$

Si noti che la resistenza ottima di carico coincide con la resistenza ottima in classe A, come si può dedurre dal fatto che comunque sul carico (resistivo) la escursione di tensione e corrente è la stessa che in classe A. Si ha quindi, anche in classe B:

$$R_{Lo} \approx \frac{V_{DS,br}}{I_{DSS}}.$$

La potenza sul carico all'armonica fondamentale si calcola moltiplicando le componenti di prima armonica (di picco) di tensione e corrente sul carico (pari alla tensione e corrente di uscita, depurate del valor medio e delle armoniche superiori) e dividendo per due; si ottiene:

$$P_{RF,M} = \frac{V_{DS,br}I_{DSS}}{8}$$

e pertanto l'efficienza massima teorica è:

$$\eta = \frac{P_{RF,M}}{P_{DC}} = \frac{\pi}{4} \approx 0.78$$

maggiore che con carico resistivo e molto maggiore che in classe A. L'amplificatore con carico accordato si presenta dunque con proprietà favorevoli per l'efficienza, anche se il guadagno, analogamente a quanto accade con il carico resistivo, è di 6 dB inferiore al classe A equivalente. Anche qui valgono le considerazioni sull'aumento del guadagno ottenibile attraverso uno spostamento del punto di lavoro (classe AB), a scapito di una diminuzione della efficienza.

L'amplificatore push-pull in classe B

Allo scopo di aumentare la potenza di uscita degli amplificatori in classe B è possibile ricorrere ad una configurazione a *push-pull*, comune anche ai circuiti a bassa frequenza. Nel campo delle microonde tale soluzione è resa difficile dalla mancanza



Fig. 4.27 – Curva di carico di amplificatore in classe B (carico accordato) con punto di lavoro e carico ottimali.

di transistori complementari, ed è pertanto necessario ricorrere a transistori pilotati attraverso un accoppiatore direzionale in grado di sfasare di π uno degli ingressi. Lo schema di un amplificatore a push-pull con carico resistivo è mostrato nella Figura 4.29. Si noti che i due accoppiatori forniscono la divisione di potenza con uno sfasamento di π fra le due uscite (uscita a 0 e a 180); viceversa, utilizzando come ingressi gli ingressi marcati 0 e 180, i segnali si sommano sull'uscita Σ , si sottraggono sulla Δ . Tali tipi di accoppiatori possono essere realizzati ad esempio mettendo in cascata due accoppiatori Lange, o con strutture particolari (anelli ibridi) discusse nella Parte I, Cap. 2.

A causa dello sfasamento degli ingressi dei due stadi in tandem, le correnti di drain possono esprimersi, analogamente a quanto fatto per l'amplificatore in classe B con carico resistivo, mediante le serie:

$$i_{D1} = \frac{I_{DSS}}{\pi} + \frac{I_{DSS}}{2}\sin(\omega t) + \text{armoniche particular}$$



Fig. 4.28 – Forme d'onda per amplificatore in classe B a carico accordato.

$$i_{D1} = \frac{I_{DSS}}{\pi} - \frac{I_{DSS}}{2}\sin(\omega t) + \text{armoniche pari.}$$

Si noti infatti che i_{D2} si ottiene da i_{D1} attraverso un ritardo di mezzo periodo, che mantiene il segno delle armoniche pari superiori, mentre cambia il segno dell'armo-



Fig. 4.29 - Amplificatore push-pull con carico resistivo.

nica dispari. Pertanto, eliminata la componente continua, alla porta somma (uscita) arriva il segnale:

$$i_L = I_{DSS} \sin(\omega t)$$

mentre le armoniche superiori sono dissipate nel resistore adattato R_0 . Rispetto all'amplificatore single-ended, i dati di efficienza, guadagno, punto di lavoro ottimale, carico ottimale sono invariati, ma è disponibile all'uscita una potenza doppia. In modo analogo si realizzano amplificatori push-pull con carico accordato. Anche qui si utilizza il punto di lavoro in classe AB allo scopo di migliorare il guadagno e anche eliminare la cosiddetta distorsione di cross-over, causata dalla nonlinearità della transcaratteristica nell'intorno del pinch-off.

L'amplificatore di potenza dalla classe A alla classe C

Gli amplificatori in classe A, AB, B e C accordati (ossia connessi al carico mediante un risonatore) possono essere considerati casi particolari di un amplificatore pilotato da una tensione di ingresso che lo porta sotto soglia per una frazione arbitraria del periodo. In classe A infatti, nella condizione di massima potenza, la tensione di ingresso (di gate) del dispositivo passa dal valore massimo alla tensione di soglia, con



Fig. 4.30 – Andamento della corrente di uscita per diversi valori dell'angolo di circolazione.

un valore medio (di polarizzazione) pari a metà della tensione di soglia. Aumentando l'ampiezza picco-picco della tensione di ingresso in modo da mantenere costante il valore massimo (inferiore alla tensione di built-in della giunzione di gate del dispositivo) la tensione di ingresso scende sotto soglia per una frazione crescente del periodo. In classe B la tensione di ingresso è nulla per mezzo periodo; in classe C per una frazione maggiore di mezzo periodo. La corrente di drain corrispondente si può scrivere, in generale, in funzione del tempo:

$$i_D(\theta(t)) = \begin{cases} I_q + I_p \cos \theta, & 0 \le \theta \le \alpha/2 \\ 0, & \alpha/2 \le \theta \le \pi \end{cases}$$

dove $\theta = 2\pi t/T$, *T* periodo della forma d'onda. L'angolo $\alpha = 2\pi t_{on}/T$ (detto *angolo di circolazione*) indica la frazione di periodo totale t_{on} in cui la corrente è diversa da zero. Pertanto $\alpha = 2\pi$ in classe A, $2\pi < \alpha < \pi$ in classe AB, $\alpha = \pi$ in classe B, $\alpha < \pi$ in classe C. L'andamento della corrente per diversi valori dell'angolo di circolazione è mostrato in Figura 4.30. La condizione di annullamento della corrente

corrisponde al vincolo:

$$\cos\left(\alpha/2\right) = -I_q/I_p$$

mentre il valore massimo della corrente si scrive:

$$I_P = I_p + I_q.$$

Si ottiene pertanto:

$$i_D(\theta(t)) = \begin{cases} I_P \frac{\cos \theta - \cos \left(\alpha/2 \right)}{1 - \cos \left(\alpha/2 \right)}, & 0 \le \theta \le \alpha/2 \\ 0, & \alpha/2 \le \theta \le \pi \end{cases}$$

Si noti che, grazie al fatto che il carico è collegato all'amplificatore per mezzo di un risonatore parallelo, e alla presenza di un condensatore di blocco della continua, tutte le componenti della tensione di uscita (sul carico) diverse dalla fondamentale sono cortocircuitate. All'uscita del dispositivo, la tensione di drain totale sarà quindi la somma della tensione sul carico (armonica fondamentale) e di una componente continua. Supponiamo che il carico sia dimensionato in modo ottimale, ossia in modo tale da rendere massima l'escursione di tensione di drain; questa andrà quindi dalla tensione di ginocchio alla tensione di breakdown. La tensione sul carico sarà uguale alla tensione di drain, meno la componente continua; avrà quindi valor medio nullo e valore di picco pari a $V_{DS,br}/2$.

Per quanto riguarda la tensione di ingresso (di gate), questa è una tensione sinusoidale che per $\theta = \alpha/2$ vale $-V_T$ e ha valore massimo circa pari a 0 (tensione di gate sempre negativa), si intende nella condizione di potenza massima (massima escursione di tensione di gate all'ingresso). Si ha quindi:

$$v_{GS}(\theta(t)) = V_{GS,P} \cos \theta + V_{GS,DC}$$

con:

$$v_{GS}(\alpha/2) = V_{GS,P}\cos(\alpha/2) + V_{GS,DC} = -V_T$$
$$v_{GS}(0) = V_{GS,P} + V_{GS,DC} \approx 0$$

da cui:

$$V_{GS,DC} = -\frac{V_T}{1 - \cos(\alpha/2)}$$
$$V_{GS,P} = \frac{V_T}{1 - \cos(\alpha/2)}.$$

Per analizzare il comportamento della corrente di drain, e in particolare della sua componente continua e alla fondamentale, si può utilizzare lo sviluppo in serie di Fourier, che ha coefficienti:

$$I_n = \frac{1}{\pi} \frac{I_P}{1 - \cos(\alpha/2)} \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} [\cos\theta - \cos(\alpha/2)] \cos(n\theta) d\theta =$$
$$= \frac{2I_P}{\pi} \frac{n \sin(\alpha/2) \cos(\alpha n/2) - \cos(\alpha/2) \sin(\alpha n/2)}{n (1 - n^2) [1 - \cos(\alpha/2)]}$$

con valor medio:

$$I_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{I_P}{1 - \cos(\alpha/2)} \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} [\cos\theta - \cos(\alpha/2)] d\theta =$$
$$= \frac{I_P}{2\pi} \frac{2\sin(\alpha/2) - \alpha\cos(\alpha/2)}{1 - \cos(\alpha/2)}$$

mentre per i coefficienti relativi alle armoniche (fondamentale e di ordine superiore) si ha:

$$\begin{split} I_1 &= \lim_{n \to 1} \frac{2I_P}{\pi} \frac{n \sin(\alpha/2) \cos(\alpha n/2) - \cos(\alpha/2) \sin(\alpha n/2)}{n (1 - n^2) [1 - \cos(\alpha/2)]} = \frac{I_P}{2\pi} \frac{\alpha - \sin(\alpha)}{1 - \cos(\alpha/2)} \\ I_2 &= -\frac{I_P}{\pi} \frac{2 \sin(\alpha/2) \cos(\alpha) - \cos(\alpha/2) \sin(\alpha)}{3 [1 - \cos(\alpha/2)]} \\ I_3 &= -\frac{I_P}{\pi} \frac{3 \sin(\alpha/2) \cos(3\alpha/2) - \cos(\alpha/2) \sin(3\alpha/2)}{12 [1 - \cos(\alpha/2)]} \\ I_4 &= -\frac{I_P}{2\pi} \frac{4 \sin(\alpha/2) \cos(2\alpha) - \cos(\alpha/2) \sin(2\alpha)}{15 [1 - \cos(\alpha/2)]} \end{split}$$

L'andamento della componente continua, della armonica fondamentale e delle armoniche superiori è mostrato nella Figura 4.31. Si può notare che la componente continua diminuisce al passare dalla classe A alla classe AB alla B e quindi alla C, mentre la componente alla frequenza fondamentale aumenta in classe AB per tornare al valore della classe A in classe B; in classe C la componente alla fondamentale decresce, mentre aumentano le componenti alle armoniche superiori.

Sulla base delle componente continua della corrente di drain e della tensione di alimentazione $V_{DC} \approx V_{DS,br}/2$ scelta in modo da massimizzare l'escursione di tensione picco-picco sul dispositivo (e quindi sul carico) si può valutare la potenza dissipata in



Fig. 4.31 – Andamento delle armoniche della corrente di uscita in funzione dell'angolo di circolazione.

continua dal dispositivo:

$$P_{DC} = V_{DC}I_0.$$

Si noti che le armoniche superiori di corrente non danno luogo a dissipazione di potenza sul dispositivo; infatti la relativa tensione è nulla a causa della presenza del risonatore. Il dispositivo dunque dissipa potenza in continua mentre cede potenza al carico; ovviamente la potenza totale dissipata deve eguagliare la somma delle potenze di ingresso e ceduta dalla alimentazione in continua.

La potenza media alla fondamentale *sul carico* in condizioni di carico ottimo si ottiene dalle ampiezze di picco della tensione sul carico ($\approx V_{DS,br}/2$) e della componente fondamentale della corrente di carico (o del dispositivo; si ricordi che l'armonica fondamentale non è cortocircuitata dal risonatore e quindi fluisce dal dispositivo al carico); si ottiene quindi:

$$P_{RF} = \frac{1}{2} \times I_1 \times \frac{V_{DS,br}}{2} = \frac{I_1 V_{DC}}{2}.$$

per cui l'efficienza risulta essere, in funzione dell'angolo di circolazione:

$$\eta = \frac{P_{RF}}{P_{DC}} = \frac{I_1}{2I_0} = \frac{1}{2} \frac{\alpha - \sin(\alpha)}{2\sin(\alpha/2) - \alpha\cos(\alpha/2)}.$$
 4.26

L'efficenza aggiunta (PAE) dipende dal guadagno dell'amplificatore. Diciamo G_t il guadagno (di trasduzione) dell'amplificatore, funzione dell'angolo di circolazione. Detta R_g la resistenza interna del generatore, si ha:

$$G_{t} = \frac{\frac{I_{1}V_{DC}}{2}}{\frac{V_{GS,P}^{2}}{4R_{g}}} = \frac{I_{P}V_{DC}R_{g}}{\pi V_{T}^{2}} \left[\alpha - \sin(\alpha)\right] \left[1 - \cos(\alpha/2)\right]$$

ma in classe A $G_t = G_A$ ove:

$$G_A = \frac{4I_P V_{DC} R_g}{V_T^2}$$

Pertanto:

$$G_t(\alpha) = G_A \frac{\left[\alpha - \sin\left(\alpha\right)\right] \left[1 - \cos\left(\alpha/2\right)\right]}{4\pi}.$$
4.27

Il guadagno quindi si riduce dalla classe A alla C; in particolare in classe B:

$$G_B = G_t\left(\pi\right) = \frac{1}{4}G_A$$

ossia il guadagno in classe B è 6 dB inferiore a quello in classe A. Possiamo ora calcolare l'efficienza aggiunta:

$$PAE = \eta \left(1 - \frac{1}{G_t} \right)$$
$$= \frac{1}{2} \frac{\alpha - \sin(\alpha)}{2\sin(\alpha/2) - \alpha\cos(\alpha/2)} \left\{ 1 - \frac{1}{G_A} \frac{4\pi}{[\alpha - \sin(\alpha)] [1 - \cos(\alpha/2)]} \right\}$$
$$4.28$$

L'efficienza e l'efficienza aggiunta sono mostrate nella Figura 4.32; per la PAE si sono utilizzati due valori di 10 e 100 dB per il guadagno in classe A. Si noti come l'efficienza cresce gradualmente passando dalla classe A alla C, mentre l'efficienza aggiunta ha un massimo e poi decresce. Il massimo è tanto più spostato verso la classe C quanto più è elevato il guadagno in classe A. Si vede quindi che i vantaggi ottenuti in termini



Fig. 4.32 – Efficienza e efficienza aggiunta in funzione dell'angolo di circolazione per diversi valori del guadagno in classe A.

di efficienza passando alla classe B o C tende a sparire se il guadagno del dispositivo è troppo basso. Nella Figura 4.33 è riportato l'andamento del guadagno, normalizzato rispetto al valore della classe A, in funzione dell'angolo di circolazione. Si nota come il guadagno decresce passando dalla classe A alla C.

È importante osservare come l'amplificatore non è lineare, se non in classe A o B, nel senso che la potenza di uscita non è funzione lineare della potenza di ingresso. Supponiamo infatti di mantenere costante la tensione di polarizzazione all'ingresso e di variare invece la ampiezza della tensione di gate, anche diminuendola rispetto al valore massimo (ottimale). La procedura di diminuzione della potenza di ingresso rispetto al valore massimo (ottimale) che corrisponde all'inizio della saturazione prende il nome di *backoff*; si dice per esempio che l'amplificatore lavora nel punto di compressione a 1 dB con un backoff di 2 dB all'uscita per intendere che la potenza di



Fig. 4.33 – Guadagno di potenza in funzione dell'angolo di circolazione.

ingresso è regolata in modo tale da portare la potenza di uscita a 2 dB sotto la potenza corrispondente al punto di compressione a 1 dB. È evidente che per un amplificatore polarizzato in classe A o B il dispositivo resta in classe A o B indipendentemente dalla ampiezza della tensione di ingresso; viceversa in classe AB o C diminuendo la potenza di ingresso diminuisce, a parità di polarizzazione, l'angolo di circolazione, con un aumento del guadagno. Pertanto la caratteristica $P_{in} - P_{out}$ dell'amplificatore è sublineare (vedi Esempio 4.3).

ESEMPIO 4.3

• Analizzare l'effetto di un backoff di potenza di ingresso rispetto alla massima potenza (di saturazione) in classe AB.

• Supponiamo di avere polarizzato l'ingresso del dispositivo in classe AB per rendere massima la potenza di ingresso. Diciamo α_M l'angolo di circolazione in tali condizioni. Si ha allora:

$$v_{GS}(\theta(t)) = V_{GS,P} \cos \theta + V_{GS,DC}$$

con:

$$v_{GS}(\alpha/2) = V_{GS,P} \cos(\alpha_M/2) + V_{GS,DC} = -V_T$$
$$v_{GS}(0) = V_{GS,P} + V_{GS,DC} \approx 0$$

da cui:

$$V_{GS,DC} = -\frac{V_T}{1 - \cos(\alpha_M/2)}$$
$$V_{GS,P} = \frac{V_T}{1 - \cos(\alpha_M/2)}.$$

Supponiamo ora di diminuire la componente alla frequenza fondamentale della tensione di gate mantenendo costante la tensione di polarizzazione; si ha allora:

$$v_{GS}(\theta(t)) = V'_{GS,P} \cos \theta + V_{GS,DC}$$

con $V'_{GS,P} < V_{GS,P}$; il nuovo angolo di circolazione è imposto dalla condizione:

$$v_{GS}(\alpha/2) = V'_{GS,P}\cos(\alpha/2) + V_{GS,DC} = -V_T$$

ossia:

$$\cos(\alpha/2) = -\frac{V_{GS,DC} + V_T}{V'_{GS,P}} = \frac{\cos(\alpha_M/2)}{1 - \cos(\alpha_M/2)} \frac{V_T}{V'_{GS,P}}$$

Tenendo presente che la potenza (disponibile) all'ingresso si scrive:

$$P_{disp,in} = \frac{\left(V'_{GS,P}\right)^2}{4R_g} = \frac{\left(V_{GS,P}\right)^2}{4R_g} \left(\frac{V'_{GS,P}}{V_{GS,P}}\right)^2 = P_{sat,in} \left[\frac{\cos\left(\alpha_M/2\right)}{\cos\left(\alpha/2\right)}\right]^2$$

ove $P_{sat,in}$ è la potenza necessaria a portare l'uscita al limite della saturazione, si ha che l'angolo di circolazione dipende dalla potenza di ingresso secondo la legge:

$$\cos\left(\alpha/2\right) = \sqrt{\frac{P_{sat,in}}{P_{disp,in}}} \cos\left(\alpha_M/2\right).$$

Pertanto la potenza di uscita dipende dalla potenza di ingresso come:

$$P_{out} = G_t P_{disp,in} = G_A \frac{[\alpha - \sin(\alpha)] \left[1 - \cos(\alpha/2)\right]}{4\pi} P_{disp,in}$$



Fig. 4.34 - Comportamento nonlineare degli amplificatori in classe AB (Esempio 4.3).

ossia la potenza di uscita è, in generale, funzione nonlineare della potenza di ingresso, dato che $\alpha = \alpha(P_{disp,in})$. Si noti che al diminuire della potenza di ingresso prima o poi il dispositivo ritorna in classe A; questo accade quando $\alpha = 2\pi$ ossia quando:

$$V_{GS,P}' = -\frac{\cos\left(\alpha_M/2\right)}{1 - \cos\left(\alpha_M/2\right)} V_T$$

In classe A, al diminuire della potenza di ingresso, l'amplificatore resta ovviamente in classe A. In classe B si ha $\alpha/2 = \pi/2$ per cui il ritorno in classe A non avviene mai (avverrebbe al limite per $V'_{GS,P} = 0$). Pertanto in classe A e B la curva $P_{in} - P_{out}$ è una retta; in tutti gli altri casi intermedi la curva non è rettilinea, come evidenziato dalla Figura 4.34. Si è supposto $G_A = 100$ e $P_{sat,in} = 1$.

Amplificatori con harmonic loading (classe F)

È possibile aumentare in modo significativo l'efficienza dell'amplificatore in classe B giocando sul carico visto da ciascuna delle armoniche dell'uscita. In pratica la determinazione del carico alle armoniche (harmonic loading, HL) è possibile solo per le prime poche armoniche, e porta comunque ad un funzionamento a banda stretta dell'amplificatore. Per fornire un'idea di massima del concetto dello HL, consideriamo un amplificatore in classe B single-ended nel quale il carico è controllabile a ciascuna delle armoniche dell'ingresso; ossia il progettista è in grado di fissare al valore voluto $Z_L(nf_0)$. Supponiamo che la tensione di ingresso sia quella tipica della classe B; la corrente di drain presenterà allora un andamento a semplice semionda (Figura 4.35). Poniamoci il problema di aumentare al massimo l'efficienza del dispositivo annullando la componente continua della potenza dissipata dal dispositivo stesso; in questo modo la potenza in continua P_{DC} erogata dalla alimentazione è completamente convertita in armoniche. Questo risultato può ottenersi se la tensione v_{DS} ha l'andamento nel tempo di Figura 4.35, ossia ha supporto complementare alla corrente. L'andamento a onda quadra è ovviamente ideale. La curva dinamica di carico è mostrata nella Figura 4.36. Sviluppando in serie di Fourier la tensione di drain:

$$v_{DS}(t) = V_{DS,br} \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1,3,5...} \frac{1}{n} \sin(n\omega t) \right)$$

e la corrente di drain:

$$i_{DS}(t) = I_{DSS}\left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\sin(\omega t) - \frac{2}{\pi}\sum_{n=2,4,6...}\frac{1}{n^2 - 1}\cos(n\omega t)\right)$$

si ha che la tensione continua di alimentazione è $V_{DS,br}/2$; è inoltre possibile portare sul carico resistivo alla armonica fondamentale la potenza:

$$P_{RF} = \frac{1}{2} \times \frac{2V_{DS,br}}{\pi} \times \frac{I_{DSS}}{2} = \frac{V_{DS,br}I_{DSS}}{2\pi}$$

maggiore di quella ottenibile in classe A o B; in questo caso il carico ottimo alla fondamentale è:

$$R_{Lo} = \frac{4V_{DS,br}}{\pi I_{DSS}}$$

ossia maggiore del carico in classe A o B. Si noti che la potenza sul carico a RF è pari alla potenza erogata in continua dal generatore, ottenuta moltiplicando il valor medio



Fig. 4.35 – Forme d'onda per amplificatore in classe F.

della tensione di drain per il valor medio della corrente di drain:

$$P_{DC} = \frac{V_{DS,br}}{2} \times \frac{I_{DSS}}{\pi} = P_{RF}$$



Fig. 4.36 - Curva di carico di amplificatore in classe F.

ossia la potenza erogata dal generatore in continua è completamente convertita in potenza a RF. Per quanto riguarda le armoniche superiori, la tensione di drain presenta valore nullo a tutte le armoniche *pari*; pertanto, tutte le armoniche pari devono presentare una impedenza di carico nulla, ossia essere corti circuiti per essere consistenti con la forma voluta di v_{DS} . Viceversa, per le armoniche dispari le componenti armoniche della corrente sono nulle, per cui il carico deve essere un circuito aperto. Dato che il carico a tutte le armoniche, salvo la fondamentale, è reattivo, tutta la potenza in continua è convertita nella potenza a radiofrequenza all'armonica fondamentale. Uno schema semplificato di realizzazione per un amplificatore in classe F è mostrato nella Figura 4.37; si noti che il circuito aperto è ottenuto attraverso una serie di risonatori parallelo, mentre il corto circuito è ricavato dal comportamento fuori banda dei risonatori a alto Q.

Le limitazioni di questa procedura di sintesi sono da una parte la difficoltà pratica di realizzare, tramite filtri, impedenze fissate a frequenze diverse di cui le più elevate spesso ai limiti del controllo del processo tecnologico; dall'altra l'intrinseca limita-



Fig. 4.37 – Schema di principio di amplificatore di potenza in classe F.

zione della banda utilizzabile, dovuta al sovrapporsi delle bande armoniche al variare della fondamentale. Pertanto questo tipo di amplificatori viene utilizzato solo a banda stretta.

4.8. Problemi di layout e tecniche di combinazione della potenza

Un esempio di amplificatore di media potenza integrato a tre stadi è mostrato nella Figura 4.38. Nell'esempio l'aumento della potenza che si verifica dallo stadio di ingresso allo stadio di uscita è ottenuto mediante un aumento della periferia dei dispositivi utilizzati. In molti casi tale aumento non è sufficiente e si deve ricorrere a tecniche di *combinazione della potenza*. Non è infatti spesso possibile raggiungere i requisiti di potenza di uscita con un solo dispositivo, e comunque spesso non è conveniente, anche dal punto di vista del bilancio termico, utilizzare dispositivi di periferia estremamente estesa. Si preferisce allora *combinare* la potenza di uscita di tali dispositivi attraverso reti opportune, che garantiscono in una qualche misura l'adattamento. La disposizione diretta in parallelo è poco utilizzata ad alta frequenza, perché non garantisce l'isolamento fra dispositivi, ed in particolare non protegge il circuito nel caso in cui uno dei dispositivi si danneggi. Ovviamente la combinazione della potenza di usci-



Fig. 4.38 - Layout di amplificatore di potenza a tre stadi.

ta implica la divisione della potenza di ingresso. Divisori (combinatori) comunemente adottati sono realizzati con accoppiatori direzionali a 3dB (quali gli *accoppiatori Lange* e gli *accoppiatori branch-line*) oppure altri tipi di divisori di potenza (ad esempio i *divisori Wilkinson*). Si noti come l'amplificatore bilanciato costituisca un esempio di combinatore di potenza che garantisce l'adattamento all'ingresso e all'uscita indipendentemente dal coefficiente di riflessione dei dispositivi utilizzati. Anche il concetto di amplificatore distribuito è, da un certo punto di vista, un esempio di combinazione di potenza.

Un esempio di circuito per la combinazione di quattro FET è mostrato nella Figura 4.39, nella realizzazione con divisori Wilkinson. Si noti come spesso le lunghezze a centrobanda dei divisori vengono ottimizzate allo scopo di migliorare l'adattamento; questo conduce al progetto di divisori di potenza non convenzionali formati semplicemente da una coppia di linee di trasmissione, la cui lunghezza elettrica viene ottimizzata a centrobanda. Combinatori e divisori Wilkinson maggiormente compatti si possono realizzare come mostrato nella Figura 4.40. Esempi di realizzazione di amplificatori multistadio con combinazione di potenza sono mostrati nelle Figura 4.38 (singolo stadio) e Figura 4.41 (combinazione di più stadi mediante divisori di potenza ibridi).



Fig. 4.39 – Schema di combinazione e divisione di potenza con Wilkinson.

4.9. QUESITI

- Per rendere massima la potenza di uscita in un amplificatore di potenza (classe A), la retta di carico deve:
 - i. avere una pendenza legata alla massima escursione di tensione e corrente
 - ii. avere una pendenza legata alla resistenza d'uscita del dispositivo
 - iii. essere il più verticale possibile
- 2. Disegnare lo schematico di un amplificatore di potenza in classe A a singolo stadio.



Fig. 4.40 – Combinazione e divisione di potenza con Wilkinson a quattro vie.

- 3. Disegnare lo schematico di un amplificatore di potenza in classe B a singolo stadio, carico resistivo.
- 4. Disegnare lo schematico di un amplificatore di potenza in classe B a singolo stadio, carico accordato.
- 5. Disegnare lo schematico di un amplificatore di potenza in classe B push-pull a carico resistivo.
- 6. Discutere l'efficienza di un amplificatore di potenza in classe A, classe B a carico resistivo, classe B a carico accordato.



Fig. 4.41 – Stadio amplificatore di potenza integrato.

RF OUT



RF IN

Fig. 4.42 – Layout di amplificatore di potenza con combinatori ibridi.

- 7. Discutere l'andamento dell'efficienza e del guadagno dalla classe A alla classe C.
- Discutere il punto di lavoro in continua di un amplificatore di potenza in classe
 A, classe B a carico resistiva, classe B a carico accordato.
- 9. Spiegare per quale motivo gli amplificatori di potenza in classe B con carico accordato sono di solito a banda stretta.
- In un amplificatore di potenza in classe A il guadagno in linearità vale 20 dB e il punto di compressione a 1 dB si ha per una potenza di ingresso di 0 dBm. Quanto vale la potenza di uscita al punto di compressione?
 - i. 20 dBm
 - ii. 19 dBm
 - iii. 10 dBm
- 11. In un amplificatore di potenza in classe A il punto di lavoro ottimo del dispositivo è:
 - i. a metà corrente massima, meta tensione massima
 - ii. a metà corrente massima, tensione massima
 - iii. a corrente e tensione massime
- 12. In un amplificatore di potenza in classe B, il punto di lavoro ottimo del dispositivo è:
 - i. a corrente nulla
 - ii. a corrente massima, tensione nulla
 - iii. a metà corrente e tensione massima
- 13. Un amplificatore di potenza in classe B:
 - i. genera molte armoniche e pertanto richiede in uscita un filtro sulla fondamentale
 - ii. genera poche armoniche e fornisce un'uscita quasi indistorta
iii. è intrinsecamente a larga banda

- 14. Un amplificatore di potenza in classe A presenta, con un ingresso a un singolo tono di 100 μ W, una potenza di uscita di seconda armonica di 10 nW. Il punto di compressione a 1 dB è per potenza di ingresso di 1 mW. Quanto vale la potenza di uscita in seconda armonica per un ingresso di 200 μ W?
 - i. 20 nW
 - ii. 40 nW
 - iii. 10 nW
- 15. I prodotti di intermodulazione di terz'ordine con segno negativo sono dannosi perché:
 - i. cadono spesso nella banda di frequenza della fondamentale
 - ii. hanno intensità maggiore di quelli con segno positivo
 - iii. sono più facilmente generati dalla nonlinearità del dispositivo
- 16. Discutere il test a due toni per i prodotti di intermodulazione di un amplificatore di potenza.
- 17. Un transistore adattato in uscita a piccolo segnale:
 - ha maggiore guadagno di uno chiuso sul carico ottimale per massima potenza di uscita, ma satura per potenze di ingresso inferiori
 - ii. ha comunque guadagno inferiore, per cui satura prima
 - iii. presenta caratteristiche ottimali di linearità
- 18. Un MESFET con tensione di breakdown di 16 V, corrente massima di 1 A, ha una potenza massima di uscita:
 - i. pari a circa 2 W
 - ii. pari a circa 16 W
 - iii. pari a circa 8 W

- 19. Il punto di saturazione a 1 dB corrisponde a una potenza di ingresso che è:
 - i. costante in frequenza
 - ii. decrescente con la frequenza
 - iii. crescente con la frequenza
- 20. L'efficienza massima di un amplificatore di potenza in classe A è pari al:
 - i. 50%
 - ii. 100%
 - iii. 78% circa
- 21. Discutere la tecnica di Harmonic Loading per un amplificatore di potenza in classe F.
- 22. Definire la Power Added Efficiency di un amplificatore di potenza. Come varia la PAE passando dalla classe A alla classe C?
- Si consideri un amplificatore in cui il carico sia disaccoppiato in continua. La componente continua della potenza dissipata dall'amplificatore in presenza di un segnale applicato:
 - coincide sempre con la potenza dissipata nel punto di lavoro in assenza di segnale, indipendentemente dalla classe dell'amplificatore;
 - ii. non coincide mai con la potenza dissipata nel punto di lavoro in assegna di segnale, salvo che (approssimativamente) in un amplificatore in classe A operante in condizioni di piccolo segnale;
 - iii. coincide con la potenza dissipata nel punto di lavoro in assenza di segnale solo se l'amplificatore è perfettamente lineare.
- 24. La potenza che un amplificatore di potenza estrae dalla alimentazione in continua in presenza di un segnale applicato:

- coincide sempre con la potenza dissipata nel punto di lavoro in assenza di segnale;
- ii. non coincide mai con la potenza dissipata nel punto di lavoro in assegna di segnale;
- iii. coincide con la potenza dissipata nel punto di lavoro in assenza di segnale solo se l'amplificatore lavora in classe A ed è perfettamente lineare.
- 25. La temperatura del dispositivo attivo in un amplificatore di potenza in classe A:
 - i. è massima a segnale di ingresso nullo
 - ii. è minima a segnale di ingresso nullo
 - iii. non dipende dal segnale di ingresso
- 26. La temperatura del dispositivo attivo in un amplificatore di potenza in classe B:
 - i. è massima a segnale di ingresso nullo
 - ii. è minima a segnale di ingresso nullo
 - iii. non dipende dal segnale di ingresso